

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE.

BAND XIV.

W. WILHELM.

PHYSIK UND CHEMIE
VON
HERRN
PROFESSOR
DR. J. Z. G. H. H. H.

ANNALEN
DER
PHYSIK UND CHEMIE.

BEGRÜNDET UND FORTGEFÜHRT DURCH

F. A. C. GREY, L. W. GILBERT, J. C. POGGENDORFF.

NEUE FOLGE.

BAND XIV.

DER GANZEN FOLGE ZWEIHUNDERT UND FÜNFZIGSTER.

UNTER MITWIRKUNG

DER PHYSIKALISCHEN GESELLSCHAFT IN BERLIN

UND INSBESONDERE DES HERRN

H. HELMHOLTZ

HERAUSGEGEBEN VON

G. WIEDEMANN.

NEBST SECHS FIGURENTAFELN.



LEIPZIG, 1881.

VERLAG VON JOHANN AMBROSIVS BARTH.

I.
II.
III.
IV.
V.
VI.
VII.
VIII.
IX.
X.

Inhalt.

Neue Folge. Band XIV.

Neuntes Heft.

	Seite
I. S. Koch. Ueber die Abhängigkeit der Reibungsconstante des Quecksilbers von der Temperatur	1 -
II. K. F. Slotte. Ueber die innere Reibung der Lösungen einiger Chromate	13 -
III. C. Christiansen. Einige Versuche über die Wärmeleitung	23 -
IV. D. Konowalow. Ueber die Dampfspannungen der Flüssigkeitsgemische	34 -
V. H. Helmholtz. Ueber eine electrodynamische Wage	52 -
VI. V. Strouhal u. C. Barus. Ueber die Aenderung der thermoelectrischen Stellung des Eisens und des Stahls durch Magnetisirung	54 -
VII. J. Moser. Der Kreisprocess, erzeugt durch den Reactionsstrom der electrolytischen Ueberführung und durch Verdampfung und Condensation	62 -
VIII. L. Grunmach. Ueber die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene der strahlenden Wärme in festen und flüssigen Körpern	85 -
IX. A. Kerber. Die Höhe der Erdatmosphäre	117 -
X. A. Sprung. Ueber die Bahnlinien eines freien Theilchens auf der rotirenden Erdoberfläche und deren Bedeutung für die Meteorologie	128 -

	Seite
XI. G. Helm. Ueber die Vermittelung der Fernwirkungen durch den Aether	149 —
XII. A. Paalzow. Bemerkung zu der Abhandlung: Ueber ein neues Volumenometer	176 —

Geschlossen am 15. August 1881.

Zehntes Heft.

I. C. Pulfrich. Photometrische Untersuchungen über Absorption des Lichtes in isotropen und anisotropen Medien	177 —
II. D. Konowalow. Ueber die Dampfspannung von gemischten Flüssigkeiten	219 —
III. A. Schuller. Ueber die Bildungswärme des Wassers	226 —
IV. L. Graetz. Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit von Gasen und ihre Abhängigkeit von der Temperatur	232 —
V. P. Volkmann. Zu den bisherigen Beobachtungen der Ausdehnung des Wassers durch die Wärme	260 —
VI. R. Clausius. Ueber die theoretische Bestimmung des Dampfdruckes und der Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit	279 —
VII. H. Lorberg. Ueber Wärmeleitung in einem System von Cylindern, und über die experimentelle Bestimmung der Leitungsfähigkeit des Wassers	291 —
VIII. F. Auerbach. Magnetische Untersuchungen. Zweite Abhandlung: Ueber die magnetische Nachwirkung	308 —
IX. Ph. v. Jolly. Die Anwendung der Wage auf Probleme der Gravitation	331 —
X. A. Wüllner. Ueber die Spectra des Wasserstoffs und des Acetylens	355 —
XI. A. Wüllner. Einige Bemerkungen zu den Versuchen des Hrn. Wesendonck über Spectra der Kohlenstoffverbindungen	363 —
XII. K. H. Schellbach. Das Minimum der Ablenkung eines Lichtstrahls im Prisma	367 —
XIII. E. Wiedemann. Beiträge zur Geschichte der Naturwissenschaften bei den Arabern. VI.	368 —

Geschlossen am 15. September 1881.

Elftes Heft.

	Seite
I. R. Koenig. Bemerkungen über die Klangfarbe	369 —
II. C. v. Than. Ueber die Vergleichung der Ergebnisse calorimetrischer Messungen	393 —
III. H. Lorberg. Ueber Wärmeleitung in einem System von Cylindern, und über die experimentelle Bestimmung der Leitungsfähigkeit des Wassers	426 —
IV. H. Kayser. Ueber die Verdichtung von Gasen an Oberflächen in ihrer Abhängigkeit von Druck und Temperatur	450 —
V. W. Siemens. Die dynamoelectrische Maschine	469 —
VI. F. Himstedt. Ueber die Dämpfung schwingender Magnete durch Eisenplatten	483 —
VII. Th. Erhard. Ueber einige electricische Eigenschaften des Indiums	504 —
VIII. K. R. Koch u. Fr. Klocke. Ueber die Bewegung der Gletscher	509 —
IX. E. Lommel. Theorie der Drehung der Polarisationssebene	523 —
X. A. Winkelmann. Zu den Versuchen des Hrn. L. Graetz: „Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit der Gase und ihre Abhängigkeit von der Temperatur“	534 —
XI. L. Graetz. Ueber die Wärmeleitungsfähigkeit der Gase. Erwiderung auf die Bemerkungen des Hrn. Winkelmann	541 —
XII. H. Hellmann. Ueber electricische Entladungen	543 —

Geschlossen am 15. October 1881.

Zwölftes Heft.

I. W. Feussner. Ueber die Interferenzerscheinungen dünner Blättchen mit besonderer Rücksicht auf die Theorie der Newton'schen Ringe	545 —
II. V. v. Lang. Ueber die Dispersion des Aragonits nach arbiträrer Richtung	571 —
III. O. Lubarsch. Bemerkungen zu den Arbeiten des Hrn. Lamansky über Fluorescenz	575 —
IV. H. R. Hertz. Obere Grenze für die kinetische Energie der bewegten Electricität	581 —

	Seite
V. E. Reitlinger u. Fr. Wächter. Ueber Disgregation der Electroden durch positive Electricität und Erklärung der Lichtenberg'schen Figuren	591
VI. A. Ritter. Untersuchungen über die Höhe der Atmosphäre und die Constitution gasförmiger Weltkörper	610
VII. W. Siemens. Beiträge zur Theorie des Electromagnetismus	635
VIII. H. Schröder. Untersuchungen über die Volumenconstitution flüssiger Verbindungen	656
IX. R. Clausius. Ueber die theoretische Bestimmung des Dampfdruckes und der Volumina des Dampfes und der Flüssigkeit. II.	692
X. S. Oppenheim. Ueber eine Gleichung, welcher die lebendige Kraft schwingender Bewegungen genügt	705
XI. Electricische Einheiten nach den Beschlüssen des internationalen Congresses der Electriciker zu Paris 1881	708
Berichtigungen	708
Namenregister	709

Geschlossen am 15. December 1881.

Nachweis zu den Figurentafeln.

Taf. I. Koch, Fig. 1—3. — Christiansen, Fig. 4. — Moser, Fig. 5—7. — Grunmach, Fig. 8—9. — Sprung, Fig. 10—11.
Taf. II. Konowalow.
Taf. III. Pulfrich, Fig. 1. — Schuller, Fig. 2—3. — Auerbach, Fig. 4.
Taf. IV. v. Than, Fig. 1—3. — Kayser, Fig. 4—6. — Koch und Klocke, Fig. 7—9.
Taf. V. Feussner, Fig. 1. — Hertz, Fig. 2—3. — Reitlinger u. Wächter, Fig. 4—12.
Taf. VI. W. Siemens.

DER PHYSIK UND CHEMIE.

NEUE FOLGE. BAND XIV.

I. *Ueber die Abhängigkeit der Reibungsconstante
des Quecksilbers von der Temperatur;
von Syn. Koch.*

Ueber die Reibungsconstante des Quecksilbers liegen seit Poiseuille, welcher die Gültigkeit des nach ihm benannten Gesetzes für diese Flüssigkeit nicht bestätigen konnte, zwei Arbeiten vor: E. Warburg¹⁾: „Ueber den Ausfluss des Quecksilbers aus gläsernen Capillarröhren“ und E. Villari²⁾: „Sull efflusso del mercurio per tubi di vetro di piccolo diametro.“ Beide Untersuchungen bestätigen, dass das Gesetz von Poiseuille auch für den Durchfluss des Quecksilbers durch Capillaren gilt. Die absolute Grösse des Reibungscoëfficienten aber zeigt nach den beiden Forschern eine so grosse Differenz, dass es erwünscht erschien, durch neue Versuche zwischen den beiden Werthen zu entscheiden. Nach Hrn. Warburg ist der Reibungscoëfficient des Quecksilbers bei 17° in den jetzt gebräuchlichen Einheiten (Gramm¹ Cent.⁻¹ Sec.⁻¹) $\mu = 0,01602$. Villari hat aus seinen Versuchen die Poiseuille'sche Constante bestimmt und findet dieselbe aus einer Versuchsreihe $C = 222^3$). Um eine andere Versuchsreihe mit dieser ersten in Uebereinstimmung zu bringen, muss er diese Constante mit 1,086 multipliciren, findet sie also $C = 222.1086 = 241.^4)$ Ueberhaupt zeigen seine Resultate sehr grosse Abweichungen unter sich; die Werthe der Constanten C liegen zwischen 208,3 (Tab. XVIII,

1) E. Warburg, Pogg. Ann. 140. p. 367. 1870.

2) E. Villari, Mem. dell' Acc. delle Sc. dell' Inst. di Bologna; (3) 6. p. 1. 1876.

3) l. c. p. 30.

4) l. c. p. 31.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XIV.

4. Versuch) und 257,6 (Tab. X, 1. Versuch), zwei Zahlen, die um 23,5% der kleineren differiren. Daraus berechnet sich, dass die Reibungsconstante im Mittel zwischen 8 und 12° C. zwischen den Grenzen $\mu = 0,03445$ und $\mu = 0,02786$ läge; diese Zahlen repräsentiren aber, auf dieselbe Temperatur bezogen, eine fast doppelt so grosse Reibungsconstante, obgleich die Methode der Versuche im wesentlichen bei beiden Forschern dieselbe war.

Eine Untersuchung der Reibungsconstanten des Quecksilbers schien aber noch aus anderen Gründen von Interesse. Zunächst ist das Quecksilber die einzige einfache Flüssigkeit, welche bis jetzt in dieser Richtung hat untersucht werden können; sodann wurde die Untersuchung innerhalb eines sehr grossen Temperaturintervalles durchgeführt, während die früheren ähnlichen Untersuchungen sich innerhalb enger Temperaturgrenzen halten; endlich verhält sich Quecksilber als metallische Flüssigkeit bezüglich der Abhängigkeit des electrischen Leitungsvermögens von der Temperatur entgegengesetzt als alle anderen untersuchten Flüssigkeiten, welche electrolytisch leiten. Da nun eine gewisse Wechselbeziehung zwischen dem mechanischen und electrolytischen Reibungswiderstande vorhanden zu sein scheint¹⁾, so ist es wünschenswerth, zu wissen, ob das Quecksilber vielleicht auch bezüglich seiner Reibungsconstanten im Vergleich mit den Electrolyten ein eigenthümliches Verhalten zeige.

Der Apparat. Zur Bestimmung der Reibungsconstanten wurde die Methode des Durchfliessens durch Capillaren verwendet. Der eigentliche Durchflussapparat war ganz aus Glas gefertigt und hatte die in Fig. 1 Taf. I angedeutete Gestalt. Das Gefäss *W* war dazu bestimmt, diejenige Menge von Quecksilber aufzunehmen, für welche die Durchflusszeit beobachtet werden sollte; es hatte genau cylindrische Gestalt. Die Verengerungen am oberen und unteren

1) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 99. p. 230. 1856. Grotrian, Pogg. Ann. 157. p. 130. 1876 und 160. p. 238. 1877. F. Kohlrausch, Wied. Ann. 6. p. 207. 1879.

Ende hatten den Zweck, den Anfang und das Ende der Durchflusszeit genau erkennen zu lassen; in der weiten Röhre nämlich war die Bewegung des Quecksilbers so langsam, dass der Durchgang der Kuppe durch eine Marke auch mit Hülfe des Fernrohres nicht mit hinlänglicher Genauigkeit beobachtet werden konnte. Die Biegungen am unteren Ende der weiten Röhren verhinderten den Eintritt des erwärmten Quecksilbers in die verticalen Schenkel, wodurch die störenden Folgen dieses Eintrittes möglichst vermieden wurden. Bei den Temperaturen über 100° befand sich das Stück *uv* (46 cm lang) innerhalb des Thermostaten; die Temperatur von ungefähr 100° wurde durch Wasserdampf erzeugt.

Um Temperaturen von 0° und darunter constant zu erhalten, wurde der Durchflussapparat so tief in Eis oder eine Kältemischung gebracht, dass die Capillare sich etwa 5 cm unter der Oberfläche des Bades befand.

Als Thermostat für höhere Temperaturen wurde der von Hrn. von Babo construirte und in den Berliner Berichten¹⁾ beschriebene Apparat benutzt, welcher sich ausgezeichnet bewährte. Derselbe gestattete bei constantem Gasdrucke die Temperatur beliebig lange constant zu erhalten, sodass auch bei Temperaturen, welche über 300° lagen, innerhalb von fünf Stunden Schwankungen von kaum 2° vorkamen, nachdem einmal die constante Temperatur erreicht war, was auch bei den höchsten Temperaturen (340°) nach etwa einer Stunde stets stattfand.

Die Temperatur wurde mit Hülfe eines Jolly'schen Luftthermometers bestimmt. Das Gefäss desselben hatte die Gestalt einer Röhre von etwa 1 qcm Querschnitt und 41 cm Länge. Diese lag der ganzen Länge nach neben der Capillaren und dem vorgewärmten Quecksilber, so aber, dass die beiden Enden dieser Röhre vom Rande des Thermostatenmantels etwa 2,5 cm abstanden. Um die Gleichförmigkeit der Vertheilung der Temperatur im Thermostaten zu controliren, waren noch die beiden Quecksilberthermometer *k* und *l* eingeführt. Taf. I Fig. 2 zeigt die Zusammensetzung

1) v. Babo, Berl. Ber. 13 p. 1219. 1880.

des Apparates im Querschnitt, Fig. 3 Taf. I von der Seite; *a* ist die Röhre des Luftthermometers, *b* die Capillare und *c* der Thermoregulator.

Methoden des Versuches. Zuerst wurde der Durchflussapparat gereinigt durch successives Hindurchsaugen von Salpetersäure, destillirtem Wasser, Alkohol, Aether und trockener, warmer Luft. Das Quecksilber selbst wurde während mehrerer Tage mit Schwefelsäure behandelt, welcher einige Tropfen Salpetersäure zugesetzt waren; sodann wurde es mehrere mal in dünnem Strahle in heisses Wasser filtrirt, zuletzt getrocknet und warm in den Durchflussapparat hineingefiltrirt. Für eine Versuchsreihe wurde das Quecksilber destillirt und auf Verunreinigungen chemisch untersucht; es zeigte sich keine Spur von Beimischung eines anderen Metalles. Die Resultate dieser Versuchsreihe ergaben keine Abweichung.

Durch Neigen und Schütteln wurden Luftbläschen sorgfältig entfernt und die Oeffnungen der verticalen Schenkel nachher beständig durch Watte verschlossen gehalten. Der so vorbereitete Durchflussapparat wurde nun mit Hilfe des Kathetometers horizontal gestellt, neben ihm zu beiden Seiten das Luftthermometer *a* und der Thermoregulator *cc* angebracht und dann der Mantel des Thermostaten darüber gelegt. Etwaige Spalten am Thermostaten wurden mit Asbest verstopft. Jetzt wurde der Apparat auf die gewünschte Temperatur erwärmt und sodann mit dem Kathetometer die dem Beginne und dem Ende des Versuches entsprechenden Höhen der Quecksilbersäule in den beiden Schenkeln a_1 , e_1 , a_2 , e_2 (Fig. 1 Taf. I) gemessen. Dasselbe geschah zur Controle nochmals am Ende jeder Versuchsreihe. Durch kleine Thermometer t_1 und t_2 , welche an die Verticalschenkel angelegt waren, wurde die Temperatur innerhalb dieser Röhren ermittelt und ebenso die Temperatur des Quecksilbers im Gefässe *W*. Durch die Biegungen am unteren Ende der Verticalröhren war das Herüberströmen des erwärmten Quecksilbers verhindert; ausserdem waren diese Röhren durch Holzschirme gegen die Strahlung des Thermostaten geschützt;

es trat daher in denselben eine bedeutende Temperaturerhöhung überhaupt nicht ein. Um einen Anhaltspunkt über die Genauigkeit dieser Temperaturbestimmung zu haben, wurde ein Thermometer in das Quecksilber eingetaucht und dessen Angabe mit derjenigen des aussen angelegten verglichen; bei dem Versuche Nr. 12, Tab. II zeigte das äussere $t_2 = 23^\circ$, das eingetauchte dagegen 25° . Ein Fehler von 5° in dieser Bestimmung würde aber, wie aus dem Ausdehnungscoefficienten des Quecksilbers folgt, noch nicht einen Fehler von $0,1\%$ im schliesslichen Resultate veranlassen.

Mit Hülfe der Luftpumpe, welche mit dem oberen Fortsatze des Gefässes W verbunden war, wurde das Quecksilber in dieses Gefäss herüber gesaugt; durch Zugiessen und Wegnehmen von Quecksilber aus dem anderen Schenkel wurde der Druckunterschied so variirt, dass derselbe zwischen 20 und 45 cm Quecksilber betrug. Nachdem die Verbindung mit der Luftpumpe aufgehoben war, begann das Durchfliessen. Die Zeitpunkte, in welchen das Quecksilber jede der beiden Verengerungen passirte, wurden beobachtet und dadurch die Durchflusszeit bestimmt. Bei derselben Temperatur wurden immer mehrere Versuche angestellt, und aus den beobachteten Durchflusszeiten, welche unter sich selten um $\frac{1}{4}\%$ abwichen, das Mittel genommen. Sowohl das Volumen des Gefässes W als der Radius der Capillaren war durch Auswägen mit Quecksilber bestimmt; für die Bestimmung des Radius der Capillaren wurde eine Bunge'sche Wage benutzt, mit der bis auf Zehntelmilligramme genau gewogen werden konnte.

Berechnung der Versuche. Der Durchfluss fand nicht bei constantem Drucke statt; die Druckhöhe änderte sich in beiden Schenkeln; es ist daher die Gleichung zur Berechnung der Reibungsconstanten zunächst abzuleiten.

Bezeichnet μ die Reibungsconstante, R den Radius der Capillaren, l die Länge derselben, $h_1 - h_2$ die Druckdifferenz an den Enden der Capillaren, gemessen durch die Höhe einer Quecksilbersäule von 0° ; dv das Volumen des in dem Zeitelement dt durchfliessenden Quecksilbers, ρ das specifische Gewicht des Quecksilbers bei 0° und g die Fallbeschleunigung, so ist:

$$(I) \quad dv = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot dt \cdot (h_1 - h_2) \cdot g \cdot \varrho}{8 \cdot \mu \cdot l}$$

Sind q_1 und q_2 die Querschnitte der Röhren an den Stellen, wo die Flüssigkeitsoberflächen sich zur Zeit t befinden, so ist $dv = -q_1 dh_1 = q_2 dh_2$. Bezeichnet ferner T die Durchflusszeit für das Volumen V und ist:

$$h_1 = a_1 \quad \text{und} \quad h_2 = a_2 \quad \text{zur Zeit} \quad t = 0$$

$$\text{und} \quad h_1 = e_1 \quad \text{und} \quad h_2 = e_2 \quad \text{zur Zeit} \quad t = T,$$

so folgt aus $q_2 dh_2 = -q_1 dh_1$ durch Integration:

$$h_2 = \frac{a_1 q_1 + a_2 q_2 - h_1 q_1}{q_2}$$

Dadurch geht Gleichung (I) über in:

$$-q_1 dh_1 = \frac{\pi \cdot R^4 \cdot dt \cdot \{h_1 (q_1 + q_2) - (a_1 q_1 + a_2 q_2)\} \cdot g \cdot \varrho}{8 \mu \cdot l \cdot q_2},$$

woraus nach Trennung der Variablen folgt:

$$(II) \quad \log \text{nat} \frac{q_2 (a_1 - a_2)}{q_2 (e_1 - a_2) - q_1 (a_1 - e_1)} = \frac{\pi \cdot R^4 (q_1 + q_2) T \cdot g \cdot \varrho}{8 \mu l q_1 \cdot q_2}.$$

Für q_1 und q_2 lassen sich noch direct gemessene Grössen einführen. Es ist nämlich: $q_1 (a_1 - e_1) = V$ und $q_2 (e_2 - a_2) = V$. Wenn man hieraus q_1 und q_2 bestimmt und in (II) einführt, so ergibt sich:

$$(III) \quad \mu = \frac{\pi \cdot R^4 T \cdot \{a_1 - a_2 - (e_1 - e_2)\} \cdot g \cdot \varrho}{8 \cdot V \cdot l \cdot \log \text{nat} \left(\frac{a_1 - a_2}{e_1 - e_2} \right)}.$$

Nun macht aber noch der Umstand, dass das durchfliessende Quecksilber eine andere Temperatur hat, als dasjenige im Gefässe W , eine Correctur nöthig. In der Theorie bezeichnet nämlich V das Volumen des durchfliessenden Quecksilbers; dieses ist aber nicht direct zu beobachten, sondern es ist aus dem Volumen des Gefässes W und der Durchflusstemperatur zu berechnen. Bezeichnet Q das Gewicht des Quecksilbers, das bei 0° von dem Gefässe W gefasst wird, und σ das specifische Gewicht des Quecksilbers bei der Durchflusstemperatur, so ist für V einzuführen Q/σ .

Die endgültige Gleichung zur Bestimmung von μ ist also:

$$\mu = \frac{\pi \cdot R^4 T \{ (a_1 - a_2) - (e_1 - e_2) \} q \cdot \sigma \cdot g}{8 \cdot q \cdot l \cdot \log \text{nat} \left(\frac{a_1 - a_2}{e_1 - e_2} \right)}$$

Die Dimensionen des Apparates wurden, so weit es die Umstände erlaubten, innerhalb möglichst weiter Grenzen variirt. Die benutzten Capillaren, welche einen gleichmässigen Querschnitt besaßen, hatten folgende Radien: $R_1 = 0,015\,185\,9\text{ cm}$, $R_2 = 0,010\,831\,2\text{ cm}$; $R_3 = 0,005\,359\,63\text{ cm}$. Die übrigen Dimensionen anzugeben, wäre zu weitläufig, da die ganz aus Glas gefertigten Durchflussapparate öfters zersprangen und bei den Reparaturen die Grössenverhältnisse wechselten. So war z. B. die Länge der Capillaren R_3 bei den ersten Versuchen, welche mit derselben angestellt wurden, $l = 33,98\text{ cm}$; nach mehrmaliger Reparatur dieses Apparates hatte dieselbe nur noch eine Länge von $29,9\text{ cm}$. Ich beschränke mich daher darauf, die Grenzen anzugeben, zwischen welchen die übrigen Versuchsbedingungen variirten. Die grösste Länge einer Capillaren betrug $41,8\text{ cm}$, die kleinste $20,98\text{ cm}$; die grösste Druckdifferenz $a_1 - a_2 = 44,22\text{ cm}$, die kleinste $e_1 - e_2 = 19,64\text{ cm}$.

Diese Aenderungen in den Dimensionen genügten, um die in der Secunde durchfliessende Menge des Quecksilbers zwischen sehr weiten Grenzen variiren zu lassen. So betrug dieselbe bei dem Versuche Nr. 3, Tab. III $6,68\text{ mg}$, dagegen bei Versuch 7, Tab. I 268 mg , also das Vierzigfache.

Ich lasse nun die vollständige Angabe aller Daten folgen, welche sich auf die bei $340,1$ angestellte Versuchsreihe beziehen, mit Ausnahme der das Luftthermometer betreffenden.

Zimmertemperatur 16° ; Radius der Capillaren $0,005\,359\,63\text{ cm}$; Länge derselben $l = 20,98\text{ cm}$; $a_1 = 49,22\text{ cm}$; $e_1 = 45,75\text{ cm}$; $a_2 = 5,0\text{ cm}$; $e_2 = 9,245\text{ cm}$; am Schlusse der Versuchsreihe zur Controle $a_2 = 5,02$, $e_2 = 9,26$. Mittlere Temperatur des Quecksilbers im ersten Schenkel: $t_1 = 21^\circ$; im zweiten Schenkel: $t_2 = 22^\circ$, im Gefässe W : $t = 18^\circ$, Temperatur des Thermostaten nach dem Luftthermometer: $340,1^\circ$, Gewicht des Quecksilbers im Gefässe W : $29,441\text{ g}$ bei $13,5^\circ$; Durchflusszeit: $41\text{ Min. } 45\text{ Sec.}$ beim ersten und $41\text{ Min. } 39\text{ Sec.}$

beim zweiten Versuch. Daraus ergibt sich $a_1 - a_2 = 44,05$; $e_1 - e_2 = 36,367$ cm (auf 0° reducirt). $T = 2502$ Sec.

Diese Daten ergeben: $\mu_{340,1} = 0,008\,975$.

Die Resultate der Versuche sind in folgenden Tabellen zusammengestellt. Jedes Ergebniss ist das Mittel aus einer Versuchsreihe bei derselben Temperatur oder bei Temperaturen, die höchstens um 2° C. differirten.

Tabelle I.

Versuche mit der Capillare $R_1 = 0,015\,185\,9$ cm.

	t	μ_t beob.	μ_t ber.	Fehler in %
1.	-18,1	0,01836	0,01823	+0,78
2.	0	1688	1697	-0,53
3.	16,7	1575	1592	-1,07
4.	99	1227	1223	+0,27
5.	124	1171	1152	+1,64
6.	237,8	986	972	+1,43
7.	282	9499	9411	+0,92

Dass in höheren Temperaturen bei dieser Capillare die beobachteten Reibungsconstanten stets beträchtlich zu gross gefunden wurden, mag daher rühren, dass die Capillare im Vergleich zum Thermostaten sehr lang war, (nämlich 41,8 cm zu 46 cm) sodass die Menge des vorgewärmten Quecksilbers kaum hinreichte.

Tabelle II.

Versuche mit der Capillare $R_2 = 0,010\,831\,2$ cm.

	t	μ_t beob.	μ_t ber.	Fehler in %
1.	-21,4	0,01868	0,01847	+1,13
2.	0	1698	1697	+0,06
3.	9,2	1631	1640	-0,56
4.	10,1	1620	1631	-0,7
5.	12,5	1599	1618	-1,18
6.	18,3	1561	1582	-1,21
7.	98,8	1228	1224	+0,33
8.	99,1	1225	1222	+0,22
9.	154	1092	1090	+0,24
10.	176,2	1047	1045	+0,14
11.	272	9492	9477	+0,16
12.	314,7	9183	9172	+0,19

Tabelle III.

Versuche mit der Capillare $R_3 = 0,005\,359\,63\text{ cm.}$

	t°	μ_t beob.	μ_t ber.	Fehler in %
1.	11,5	0,01619	0,01625	-0,37
2.	12,8	1605	1615	-0,66
3.	13,6	1592	1610	-1,23
4.	196,7	1018	1017	+0,09
5.	249	9642	9652	-0,11
6.	262,5	9615	9543	+0,71
7.	263	9636	9540	+1,00
8.	316	9177	9160	+0,19
9.	340,1	8975	9054	-0,88

Die Resultate der Beobachtung werden durch folgende Gleichung dargestellt:

$$\mu_t = 0,016\,969 - 0,000\,066\,052\,5\,t \\ + 0,000\,000\,208\,47\,t^2 - 0,000\,000\,000\,245\,5\,t.$$

Die aus dieser Gleichung berechneten Werthe von μ sind mit den aus den Versuchsdaten berechneten in den Tabellen zusammengestellt und verglichen. Bei der grossen Zahl der zu beobachtenden Daten erscheinen die Abweichungen, welche sich nie auf 2% belaufen, nicht über Erwarten gross.

Eine Vergleichung der gefundenen Grösse mit den früheren Bestimmungen der Reibungsconstanten ergibt folgendes Resultat:

E. Warburg: $\mu_{17} = 0,01602$. Obige Gleichung $\mu_{17} = 0,01591$
 Villari: $\mu_{10} = 0,02977$. " " $\mu_{10} = 0,01633$

Die Uebereinstimmung der beiden ersten Werthe ist sehr befriedigend, die Differenz beträgt nur 0,7%. Dagegen lässt sich der aus Villari's Versuchen berechnete Reibungscoefficient mit den beiden anderen durchaus nicht in Einklang bringen; er ist fast doppelt so gross als diese, obgleich ich diejenige Versuchsreihe Villari's zu Grunde gelegt habe, welche die kleinere Reibungsconstante ergibt, nämlich diejenige, aus welcher p. 31 die Poiseuille'sche Constante zu 222.1,086 bestimmt ist. Die Ursache der Abweichung sowohl in der absoluten Grösse des von ihm bestimmten Werthes von μ als auch der einzelnen Versuchsreihen unter

sich, welche sich auf über 23% beläuft, ist von Villari selbst theilweise angedeutet. Zunächst standen ihm nicht Capillaren von constantem Querschnitt zu Gebote; die von ihm benutzten waren „wenig calibrisch“.¹) Dieser Umstand ist aber von der grössten Bedeutung, da die Gleichung zur Berechnung der Reibungsconstanten die vierte Potenz des Radius enthält. Sodann erscheint auch die Methode, den Apparat zu reinigen, ungenügend. Der gläserne Theil desselben wurde nämlich so lange mit Quecksilber ausgespült, bis dasselbe mit reiner, glänzender Oberfläche ausfloss²); dieses Kriterium gibt aber durchaus keine Bürgschaft für die Reinheit des Quecksilbers und des damit gespülten Apparates.³) Ferner kann der Umstand von nachtheiligen Folgen gewesen sein, dass die Capillare eingekittet war⁴), da das Einkitten zu sehr erheblichen Verunreinigungen des Apparates und des Quecksilbers Veranlassung geben kann.

Daher ist es Villari auch nicht gelungen, das Gesetz von Poiseuille durch Aenderung der Versuchsbedingungen „en bloc“⁵) zu beweisen, d. h. für die Constante *C* auch wirklich einen constanten Werth zu erhalten, was doch der einzige vollgültige Beweis für die Richtigkeit des Gesetzes gewesen wäre; er beweist daher die einzelnen Theile des Gesetzes („das Gesetz der Längen, des Druckes, der Radien“) durch selbständige Versuchsreihen, deren Mittelwerthe immer noch 8% voneinander abweichen.⁶)

Vergleichung mit anderen Substanzen. Für eine grosse Anzahl von Flüssigkeiten ist die Reibungsconstante mit Bezug auf ihre Abhängigkeit von der Temperatur untersucht, meistens allerdings nur innerhalb ziemlich enger Grenzen. Wenn man nun mit diesen Resultaten das Verhalten des Quecksilbers vergleicht, so ist dasselbe qualitativ nicht verschieden: die Reibungsconstante nimmt mit der Temperatur

1) l. c. p. 7.

2) ibid.

3) Quineke, Pogg. Ann. 139, p. 66. 1870.

4) l. c. p. 7.

5) l. c. p. 9.

6) l. c. p. 31.

ab, und zwar bei niederen Temperaturen rascher als bei höheren; allein die Grösse dieser Aenderung ist beim Quecksilber relativ sehr klein. Die Zusammenstellung der für einige Stoffe gefundenen Resultate möge dieses zeigen.

In der folgenden Tabelle steht unter *A* der Name der Substanz, unter *B* der Name des Beobachters, unter *C* das Temperaturintervall, innerhalb dessen für den betreffenden Stoff die Beobachtung ausgeführt wurde; unter *D* die beobachtete Abnahme von μ in diesem Temperaturintervall, und zwar in Procenten des kleineren Werthes, und unter *E* die entsprechende Aenderung von μ bei Quecksilber innerhalb desselben Intervalles. In dieser Tabelle sind ausser Wasser und Glycerin nur diejenigen Stoffe aufgenommen, deren Reibungsconstante durch die Temperatur am wenigsten beeinflusst wird.

Tabelle IV.

<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
Glycerin	Schöttner	2,8—25,6	680%	11%
Wasser	Sprung	0 —50	220	21
Ameisensäureäthyläther	Reilstab	13,1—47,5	46	13,6
Methylalkohol . . .	"	11,5—42,5	43	12,5
Essigsäuremethylläther .	"	13,7—40,1	34	11
Aceton	"	11,1—43	14	12,8
Aethyläther	"	10,1—28	2,2	8,3
Aldehyd	"	10 —20	0	5,2

Aus dieser Zusammenstellung ist ersichtlich, dass fast alle Substanzen eine grössere Aenderung der Reibungsconstanten aufweisen, als das Quecksilber; Aceton hat eine ungefähr ebenso grosse, Aethyläther und Aldehyd eine kleinere. Dieser letztere Umstand ist auffallend; es ist aber nicht schwer, die Ursache desselben zu erkennen. Alle diejenigen Stoffe nämlich, welche eine geringe Aenderung von μ zeigen, sind nur in einem kleinen Temperaturintervall untersucht, welches ganz in der Nähe des Siedepunktes der betreffenden Substanz liegt. (Der Siedepunkt des Acetons ist 56° , des Aethyläthers $34,45^\circ$, des Aldehyds 22°). Nun hat aber bei allen Stoffen in der Nähe des Siedepunktes die

Temperatur den geringsten Einfluss auf die Reibungsconstante, wie ein Blick auf die betreffenden Curven lehrt. Vergleicht man das Verhalten des Aethers und des Aldehyds mit demjenigen des Quecksilbers bei einer solchen Temperatur, die man als analog ansehen kann, so zeigt sich wieder, dass das Quecksilber wenigstens keine grössere Aenderung der Reibungsconstanten erfährt, als diese Stoffe. In dem Intervall von 316 bis 340° z. B. erniedrigt sich μ für jeden Grad nur noch um $0,09\%$ (Aether zwischen 10 und 28° um $0,12\%$), und der Verlauf der Curve für Quecksilber lässt vermuthen, dass in dem Intervall von 350 bis 360° eine Aenderung der Reibungsconstanten sich ebenso wenig nachweisen liesse, wie für Aldehyd zwischen 10 und 20° .

Es war auch von Interesse, zu sehen, ob das Quecksilber in der Nähe des Gefrierpunktes und des Siedepunktes Unregelmässigkeiten in der Aenderung der Reibungsconstanten zeige. Innerhalb derjenigen Temperaturen, zwischen welchen ich beobachtet habe ($-21,4$ und $340,1^{\circ}$) habe ich eine Unstetigkeit in der Curve, welche die Abhängigkeit der Reibungsconstanten darstellt, nicht bemerken können. Leider vermochte ich nicht dem Gefrierpunkte und dem Siedepunkte so nahe zu kommen, als es erwünscht gewesen wäre. Bei den niedrigen Temperaturen scheiterte der Versuch daran, dass es mir nicht gelang, hinlänglich lange Zeit eine constante Temperatur zu erhalten, welche dem Gefrierpunkte des Quecksilbers näher gelegen wäre als die durch Schnee und Salz erzeugte. Bei den hohen Temperaturen hatte meine Versuchsanordnung einen anderen störenden Umstand zur Folge. Der Thermostat hätte zwar leicht gestattet, höhere Temperaturen zu erzeugen und constant zu erhalten. Da aber das Quecksilber nach jedem einzelnen Versuche mit Hilfe der Luftpumpe wieder zurückgesaugt wurde, so kam es dabei unter niedrigeren Druck und gerieth in ein heftiges, für den zerbrechlichen Durchflussapparat öfters verhängnissvolles Sieden.

Physikal. Inst. d. Univ. Freiburg i/Br., Juli 1881.

II.

keit
und
inne
von
bene
des
trag
such

besti
eines
keiten
hatte
wand
verwe
und
des A

2
kaster
Zehnt
des T
Theile
bei H
flüssig
mome
Versu
derlich

D

1)
2)
Wied. A
3)
4)

II. Ueber die innere Reibung der Lösungen einiger Chromate; von K. F. Slotte.

Untersuchungen über die innere Reibung oder die Zähigkeit von Salzlösungen sind in neuester Zeit von Hrn. Sprung¹⁾ und — mit Rücksicht auf die Beziehungen zwischen der inneren Reibung und dem galvanischen Leistungsvermögen — von Hrn. Grotrian²⁾ ausgeführt. Durch die unten beschriebenen Versuche, die sich hauptsächlich an die Untersuchungen des Hrn. Sprung anschliessen, habe ich einen kleinen Beitrag zur Kenntniss desselben Gegenstandes zu liefern gesucht.

Die Zähigkeiten wurden mittelst der Ausflussmethode bestimmt, und zwar durch Beobachten der Ausflusszeiten eines bestimmten Volumens der zu untersuchenden Flüssigkeiten bei constantem Druck. Der von mir benutzte Apparat hatte dieselbe Einrichtung wie der von Hrn. Sprung angewandte. In Bezug auf die allgemeine Anordnung desselben verweise ich auf die Abhandlungen des Hrn. G. Wiedemann³⁾ und Hrn. Sprung.⁴⁾ Ich will nur noch über einzelne Theile des Apparates Folgendes mittheilen.

Zur Bestimmung der Temperatur des Wassers im Glaskasten, in dem sich das Ausflussrohr befand, diente ein in Zehntelgrade getheiltes, justirtes Thermometer. Die Kugel des Thermometers befand sich dicht über dem mittleren Theile des Capillarrohres. Die Spritzflasche, in welcher — wie bei Hrn. Sprung — die durchgegangene Untersuchungsflüssigkeit aufgefangen wurde, war ebenfalls mit einem Thermometer versehen, sodass die Flüssigkeit bei einem neuen Versuche vor dem Füllen des Ausflussrohres auf die erforderliche Temperatur erwärmt werden konnte.

Die Erwärmung des das Ausflussrohr umgebenden Wassers

1) Sprung, Pogg. Ann. 149. p. 1. 1876.

2) Grotrian, Pogg. Ann. 157. p. 130, 237. 1876; 160. p. 238. 1877. Wied. Ann. 8. p. 529. 1879.

3) G. Wiedemann, Pogg. Ann. 99. p. 221. 1856.

4) Sprung, Pogg. Ann. 159. p. 4. 1876.

im Kasten wurde durch eine Art von Wasserheizung bewerkstelligt. In der Nähe des Kastens war nämlich ein mit Wasser gefüllter, durch einen Deckel wasserdicht verschlossener Kessel aufgestellt, der mit dem Kasten in doppelter Verbindung stand. Der obere Theil des Kessels communicirte mit dem Kasten durch einen Kautschukschlauch, der in eine nahe dem Boden des Kastens befindliche, mit Hahn versehene Oeffnung ausmündete, während eine zweite Röhrenleitung den Deckel des Kessels durchsetzte und nahe am Boden desselben mündete. Das im Kessel erwärmte Wasser strömte bei geöffnetem Hahn aus dem oberen Theile des Kessels in den Kasten hinein, während aus dem Kasten wieder kälteres Wasser in den Kessel zurückfloss.

Zur Bestimmung der Ausflusszeiten benutzte ich eine mit Arretirung versehene Secundenuhr.

Die Versuche wurden folgendermassen ausgeführt. Nachdem das Wasser im Glaskasten und die zu untersuchende, vorher filtrirte Flüssigkeit in der Spritzflasche auf die erforderliche Temperatur gebracht waren, wurde das Ausflussrohr nebst der Hohlkugel mit der Flüssigkeit gefüllt, die Spritzflasche wieder an die Mündung des Ausflussrohres gebracht und das Rohr mit dem Apparate, durch welchen der constante Druck erzeugt wurde, in Verbindung gesetzt. Die Zeitpunkte, in welchen die Oberfläche der Flüssigkeit im Ausflussrohre die beiden darauf angebrachten, zu einer genauen Bestimmung des ausgeflossenen Volumens dienenden Marken passirte, suchte ich immer auf Zehntelsekunden zu schätzen. Grössere Ungleichförmigkeiten in der Erwärmung des Wassers im Kasten wurden durch oft wiederholtes Umrühren vermieden und die Temperaturschwankungen des Wassers während der Dauer eines Versuches sorgfältig innerhalb der Grenzen von höchstens $0,1^{\circ}$ unter bis $0,1^{\circ}$ über dem bestimmten Temperaturpunkt gehalten, bei welchem die Ausflusszeit zu beobachten war. Mit gleicher Sorgfalt habe ich auch Druckänderungen zu vermeiden gesucht.

Zuerst bestimmte ich die Ausflusszeiten von destillirtem Wasser bei vier Temperaturen. Darauf folgte die Untersuchung der Salzlösungen, von denen auch jede bei vier Tem-

per
dre
sch
war
wur
Ten
beo
zue
zeig
ten

Pyk

wich
zwar
setzt
bade
und
sigke
wurd
net,

Lösu
Conc
Zähig
chron
den A
jenige
einer
einsti
chrom
Proce
lauf d
Gewic
Analy

peraturen durchgeleitet wurde, und zwar im allgemeinen dreimal bei jeder Temperatur.

Sobald die Bestimmung der Ausflusszeiten von den verschiedenen Concentrationen einer Salzlösung abgeschlossen war und ein neues Salz zur Untersuchung gelangen sollte, wurde jedesmal destillirtes Wasser bei einer von den vier Temperaturen durchgeleitet und die Ausflusszeit desselben beobachtet. Diese Ausflusszeiten stimmten immer mit den zuerst gefundenen Zahlen für Wasser genau überein und zeigten somit, dass der Apparat keine Veränderungen erlitten hatte.

Die specifischen Gewichte der Lösungen sind alle mit dem Pyknometer bestimmt und beziehen sich auf Wasser von 4°C .

Die Procentgehalte (Gewichtstheile Salz auf 100 Gewichtstheile Lösung) habe ich durch Analysen ermittelt, und zwar folgendermassen. Eine mit Salzsäure und Alkohol versetzte, gewogene Menge der Lösung wurde über dem Wasserbade erwärmt, bis der Aldehydgeruch verschwunden war, und nach Zusatz von Ammoniak wieder digerirt, bis die Flüssigkeit über dem Niederschlage ganz farblos war. Darnach wurde der ausgewaschene Niederschlag im Luftbade getrocknet, gegläht und als Chromoxyd gewogen.

Jede Lösung wurde zweimal analysirt, mit Ausnahme der Lösungen von saurem Ammoniumchromat, bei welchen die Concentration nur einen unbedeutenden Einfluss auf die Zähigkeit ausübt. Für die zweite Concentration des sauren chromsauren Kaliums habe ich jedoch nur einen von den aus den Analysen erhaltenen Procentgehalt benutzt, nämlich denjenigen, der mit einem nach dem specifischen Gewichte aus einer Tabelle¹⁾ berechneten Procentgehalten am nächsten übereinstimmt. Ebenso habe ich für die erste Concentration des chromsauren Magnesiums nur diejenige von den gefundenen Procentzahlen angewandt, welche am nächsten mit dem Verlauf der Curve übereinstimmt, die sich mit den specifischen Gewichten als Abscissen und den Mitteln aus den durch die Analysen gefundenen Procentgehalten der beiden anderen

1) F. Kohlrausch, Leitfaden der prakt. Physik. p. 224. 1877.

Concentrationen als Ordinaten construiren lässt. In der folgenden Tabelle stelle ich die Resultate meiner Analysen zusammen.

Conc.	$K_2Cr_2O_7$		K_2CrO_4	Na_2CrO_4			$(NH_4)_2Cr_2O_7$			$(NH_4)_2CrO_4$			$MgCrO_4$		
	1.	2.		1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.	3.	1.	2.	3.
Gef.	4,69	6,97	24,27	5,83	10,55	14,68	6,85	13,00	19,93	10,57	19,78	27,95	12,31	21,94	27,4
Proc.	4,74	—	24,25	5,69	10,69	14,93	—	—	—	10,46	19,71	28,12	—	21,77	27,5
Mittel	4,71	6,97	24,26	5,76	10,62	14,81	6,85	13,00	19,93	10,52	19,75	28,04	12,31	21,86	27,7

Das zu den Versuchen benutzte saure Kaliumchromat wurde vorher umkrystallisirt, ebenso das neutrale Kaliumchromat. Dennoch war die von mir benutzte Lösung dieses Salzes wahrscheinlich mit einer kleineren Menge fremder Substanzen verunreinigt. Denn während nach einer Tabelle von Kremers¹⁾ dem gefundenen specifischen Gewichte der Lösung der Procentgehalt 25,72 entsprechen sollte, betrug der Gehalt an K_2CrO_4 in der Lösung nach zwei von mir ausgeführten, gut übereinstimmenden Analysen nur 24,26 Proc. Auch sind die von mir gefundenen Zähigkeiten dieser Lösung etwas grösser als die Zähigkeiten, die sich durch graphische Interpolation aus den Beobachtungen des Hrn. Sprung für eine K_2CrO_4 -Lösung dieser Concentration ergeben.

Das saure Ammoniumchromat war in dem chemischen Laboratorium des Hrn. G. Wiedemann hergestellt und wurde ohne Umkrystallisirung zu den Versuchen benutzt; ebenso die übrigen Salze, die aus der chemischen Fabrik des Hrn. Dr. Schuchardt in Görlitz bezogen waren.

Nach der Theorie des Hrn. Hagenbach²⁾ ist die Zähigkeit:

$$(1) \quad z = \frac{\pi P H r^4}{8 W l} \cdot t - \frac{s P W}{2^{3/2} \pi g l} \cdot \frac{1}{t},$$

1) Kremers, Pogg. Ann. 96. p. 63. 1855.

2) Hagenbach, Pogg. Ann. 109. p. 358. 1860.

wo P das Gewicht der Volumeneinheit Wasser, H die Höhe der drückenden Wassersäule, t die Ausflusszeit des Volumens W , r den Radius, l die Länge des Capillarrohres, s das spezifische Gewicht der Flüssigkeit und g die Beschleunigung der Schwerkraft bedeutet.

Durch eine einfache Transformation erhält man aus (1):

$$\frac{8 W l}{\pi P H r^4} \cdot z = t - \frac{W^2 \cdot s}{2^{1/2} g H \cdot \pi^2 r^4} \cdot \frac{1}{t}.$$

Wird der Ausdruck auf der linken Seite mit t' bezeichnet und:

$$A = \frac{W^2}{2^{1/2} g H \pi^2 r^4}$$

gesetzt, so ist:

$$t' = t - \frac{A \cdot s}{t}.$$

Bei dem von mir benutzten Apparate war $W = 27,067$ cm, $l = 31,7$ cm, $r = 0,029$ cm, $H = 162,7$ cm. Wird $g = 980,9$ cm gesetzt, so erhält man $A = 520,17$. Zur Berechnung der den Zähigkeiten proportionalen Zahlen t' hat man also:

$$(2) \quad t' = t - \frac{520,17 \cdot s}{t}.$$

In den folgenden Tabellen, in denen die Resultate meiner Versuche zusammengestellt sind, bedeutet T die Temperatur in Celsiusgraden, t die Mittel der beobachteten Ausflusszeiten in Secunden, t' die nach (2) berechneten Zahlen; z ist die Zähigkeit, wenn die des Wassers bei 10° gleich 100 gesetzt wird (also gleich $100t'$ dividirt durch 260,5); p ist das Mittel der aus den Analysen einer Lösung erhaltenen Procentgehalte, und s ist das spezifische Gewicht.

Wasser.

T	Beobachtete Ausflusszeiten				t	t'	z
10°	262	263	262	263	262,5	260,5	100
20	203	202	202,5	202,5	202,5	199,9	76,7
30	163	163,5	163,5	163	163,3	160,1	61,5
40	135	135	134,5	134,5	134,8	130,9	50,2

Saurer chromsaures Kalium.

Neutrales
chromsaur. Kalium.

p_s	4,71 1,0325 bei 11°			6,97 1,0493 bei 10,6°			24,26 1,2335 bei 18°		
T	t	t'	z	t	t'	z	t	t'	z
10°	259,7	257,6	98,9	259	256,9	98,6	349,1	347,3	133,3
20	201,3	198,6	76,2	203,1	200,4	76,9	279,7	277,4	106,5
30	163,9	160,6	61,7	164,9	161,6	62	231,9	229,1	87,9
40	136,9	133	51,1	138	134	51,4	196,8	193,5	74,3

Neutrales chromsaures Natrium.

p_s	5,76 1,0576 bei 17,4°			10,62 1,1125 bei 17,1°			14,81 1,1644 bei 20,7°		
T	t	t'	z	t	t'	z	t	t'	z
10°	306,5	304,7	117	368,6	367	140,9	454,5	453,2	174
20	238,8	236,5	90,8	284,2	282,2	108,3	346,9	345,2	132,5
30	192,6	189,7	72,8	228,2	225,7	86,6	277	274,8	105,5
40	159,2	155,7	59,8	188,9	185,8	71,3	226,5	223,8	85,9

Saurer chromsaures Ammonium.

p_s	6,85 1,0393 bei 12°			13,00 1,0782 bei 10,5°			19,93 1,1258 bei 12°		
T	t	t'	z	t	t'	z	t	t'	z
10°	259,8	257,7	98,9	260,3	258,1	99,1	264,3	262,1	100,6
20	202,7	200	76,8	206	203,3	78	211,6	208,8	80,2
30	166	162,7	62,5	169,7	166,4	63,9	176,2	172,9	66,4
40	139,2	135,3	51,9	142,8	138,9	53,3	149,3	145,4	55,8

Neutrales chromsaures Ammonium.

p_s	10,52 1,0633 bei 13°			19,75 1,1197 bei 13,7°			28,04 1,1727 bei 19,6°		
T	t	t'	z	t	t'	z	t	t'	z
10°	284	282,1	108,3	315,1	313,3	120,3	361	359,3	137,9
20	224,5	222	85,2	251	248,7	95,5	288,8	286,7	110,1
30	—	—	—	208,2	205,4	78,8	240	237,5	91,2
40	154,1	150,5	57,8	175,6	172,3	66,1	203,2	200,2	76,9

p_s
 T
10°
20
30
40

u. a.,
die
H₂SO₄
ihrer
so zu
rings
zeichn
meng
halten
genau
Reihe
sichtl
von I
Reihe
gleich
Na₂C
bellen
und I
Beoba

1)

Chromsaures Magnesium.

P s	12,31 1,0886 bei 13,6°			21,86 1,1641 bei 14,5°			27,71 1,217 bei 13,6°		
	t	t'	z	t	t'	z	t	t'	z
10°	396,9	395,5	151,8	594,3	593,3	227,8	828,4	827,6	317,7
20	302,4	300,5	115,4	446,5	445,1	170,9	614,8	613,8	235,6
30	241,9	239,6	92	352,7	351	134,7	477,5	476,2	182,8
40	198,2	195,3	75	285	282,9	108,6	380,8	379,1	145,5

Aus den Untersuchungen des Hrn. Sprung¹⁾ ergibt sich u. a., dass die „gleichconcentrirten Lösungen der Salze, welche die Basen: Kali, Natron und Ammon mit den Säuren: H_2SO_4 , HCl , HNO_3 , $HClO_3$, HBr , HJ bilden, hinsichtlich ihrer Zähigkeit der Ordnung der vorstehenden Säuren folgen, so zwar, dass den Sulfaten die grösste, den Jodiden die geringste Zähigkeit zukommt.“ (Als „gleichconcentrirte“ bezeichnet Hr. Sprung solche Lösungen, welche gleiche Gewichtsmengen Salz in gleichen Gewichtstheilen der Lösung enthalten.) Dass auch die (neutralen) Salze, welche die oben genannten Basen mit der Chromsäure bilden, sich in diese Reihe einordnen lassen, ist aus der folgenden Tabelle ersichtlich. Die Zahlen in dieser Tabelle sind die Zähigkeiten von Lösungen der Salze, deren Namen über den verticalen Reihen stehen, wenn die Zähigkeit des Wassers bei 10° gleich 100° gesetzt wird. Die Zähigkeiten der Lösungen von Na_2CrO_4 und $(NH_4)_2CrO_4$ sind aus den vorstehenden Tabellen genommen, die übrigen durch graphische Interpolation und Reduction auf Wasser von 10° aus Hrn. Sprung's Beobachtungen erhalten.

Procentgehalt	Temp.	K_2SO_4	K_2CrO_4	KCl
9,77	10°	110,9	106,3	96,2
	30°	71,1	68	62,7
5,76	10°	Na_2SO_4 117,3	Na_2CrO_4 117	$NaCl$ 108,4
	30°	88,4	86,6	75,8
19,75	10°	$(NH_4)_2SO_4$ 137,7	$(NH_4)_2CrO_4$ 120,3	NH_4Cl 91,6
	30°	88,8	78,8	63,8

1) Sprung, Pogg. Ann. 159. p. 27. 1876.

Aus dieser Zusammenstellung geht hervor, dass die Chromsäure zwischen der Schwefelsäure und der Salzsäure in der oben genannten Reihe Platz findet. Die beiden zweibasischen Säuren stehen also in der Reihe vor den einbasischen.

Aus den Beobachtungen des Hrn. Sprung¹⁾ folgt weiter, dass von den gleichconcentrirten Lösungen der Salze, welche die oben genannten einbasischen Säuren mit den Basen NaOH, KOH, NH₄OH bilden, die Lösungen der Natriumsalze die grösste, die der Ammoniumsalze die geringste Zähigkeit besitzen. Die Lösungen der Salze, welche die genannten Basen mit der Schwefelsäure bilden, folgen in dieser Hinsicht einer anderen Ordnung. Zwar besitzen auch unter ihnen die Lösungen des Natriumsalzes grössere Zähigkeit als gleichconcentrirte Lösungen des Kalium- oder Ammoniumsalzes; aber die Zähigkeit einer Lösung von K₂SO₄ ist kleiner als die einer (NH₄)₂SO₄-Lösung derselben Concentration. — Auch unter den Lösungen der entsprechenden Chromate kommt denen des Natriumsalzes — wie aus den obigen Tabellen leicht zu ersehen ist — die grösste Zähigkeit zu. Um zu entscheiden, welcher Ordnung die beiden anderen Chromate in dieser Hinsicht untereinander folgen, habe ich in der untenstehenden Tabelle meine Beobachtungen für (NH₄)₂CrO₄ mit denen von Hrn. Sprung für K₂CrO₄ in ähnlicher Weise wie oben verglichen.

Procentgehalt	Temp.	(NH ₄) ₂ CrO ₄	K ₂ CrO ₄
19,75	10°	120,3	116,8
	30°	78,8	77,9
	40°	66,1	65,7
28,04	10°	137,9	133,1
	30°	91,2	90,5

Die Zähigkeit einer Lösung von (NH₄)₂CrO₄ wäre somit — wenigstens bei niedrigeren Temperaturen — grösser als die einer K₂CrO₄-Lösung derselben Concentration, und die Salze, welche die oben genannten drei Basen mit der Chromsäure bilden, würden demnach hinsichtlich der Zähigkeit derselben Ordnung folgen wie die entsprechenden Sulfate.

1) l. c.

Benutze ich meine eigenen Beobachtungen für K_2CrO_4 , so wird jedoch das Resultat ein anderes. Denn die Zähigkeit der von mir untersuchten K_2CrO_4 -Lösung — die doch, wie schon oben erwähnt ist, wahrscheinlich eine den Ausfluss verzögernde Menge fremder Substanzen enthielt — ist um ein geringes grösser als die einer gleichconcentrirten Lösung von $(NH_4)_2CrO_4$.

In Bezug auf die von mir untersuchten sauren Chromate will ich nur hervorheben, dass die Zähigkeiten von Lösungen dieser Salze sehr wenig von der des Wassers abzuweichen scheinen, selbst wenn die Procentgehalte der Lösungen beträchtlich sind, wie es z. B. bei der stärksten Concentration von $(NH_4)_2Cr_2O_7$ der Fall ist.

Da der Einfluss der Temperatur bei allen Untersuchungen über Flüssigkeitsreibung von grosser Bedeutung ist, erlaube ich mir zuletzt eine empirische Formel mitzutheilen, durch welche die Beziehung zwischen der Zähigkeit und der Temperatur bei Wasser und vielleicht auch bei einigen anderen Flüssigkeiten dargestellt werden kann. Wenn nämlich mit t die Temperatur, mit z die Zähigkeit, mit a , b und c drei Constanten bezeichnet werden, so scheint eine Gleichung folgender Form:

$$(t + a)(z + b) = c$$

wenigstens für Wasser angenähert zu gelten. Es wäre somit:

$$z = \frac{c}{t + a} - b.$$

Mit Benutzung der Beobachtungen von Hrn. Sprung, die ein weites Temperaturgebiet umfassen, finde ich, wenn die Zähigkeiten durch die corrigirten Ausflusszeiten t' ausgedrückt werden, für Wasser:

$$z = \frac{21591}{t' + 30,1} - 66$$

und für eine 23,37-procentige Lösung von Chlorammonium:

$$z = \frac{29300}{t' + 48,6} - 63,3.$$

Die ursprünglich aus drei Beobachtungen bestimmten Constanten sind nachher mit Hülfe der übrigen Beobachtungen corrigirt.

Die Uebereinstimmung der beobachteten und der aus diesen Formeln berechneten Zahlen kann aus der folgenden Zusammenstellung beurtheilt werden.

Temp.	Wasser		Chlorammonium	
	Beobachtet	Berechnet	Beobachtet	Berechnet
0°	649,2	651,3	589,4	589,8
5	551,3	549,1	487,9	483,3
10	475	472,4	437,9	436,7
15	414,5	412,7	397,4	397,4
20	365	365	365,2	363,8
25	327,6	325,9	336,9	334,8
30	298,05	298,3	309,4	309,5
35	264,6	265,7	—	—
40	240,75	242	266,2	267,4
45	220,5	221,5	—	—
50	202,8	203,6	234,1	233,9
60	173,7	173,6	206,5	206,5

Bei einigen anderen Salzlösungen und einigen von Hrn. Rellstab¹⁾ untersuchten Alkoholen habe ich die Zähigkeiten durch eine Gleichung obiger Form zwar angenähert, aber weniger genau ausgedrückt gefunden. Für andere Flüssigkeiten als die genannten habe ich die Formel noch nicht geprüft.

Zur Berechnung der Zähigkeit aus der Temperatur dürfte eine Gleichung dieser Form vielleicht bequemer sein als die bekannte quadratische Formel von Poiseuille.

Sei es mir schliesslich gestattet, den Herren Prof. G. Wiedemann und Prof. E. Wiedemann für die gütige Unterstützung und Anregung, die sie mir sowohl bei dieser als auch bei anderen Arbeiten haben zu Theil werden lassen, meinen aufrichtigen Dank auszusprechen.

Phys.-chem. Laborat. d. Univ. Leipzig.

1) Rellstab, Ueber Transpirat. homol. Flüssigk. Bonn 1868.

III. Einige Versuche über die Wärmeleitung; von C. Christiansen.

I. Theorie.

In den letzteren Jahren haben viele Physiker das Wärmeleitungsvermögen zu bestimmen gesucht, und es liegt jetzt eine ganze Reihe Arbeiten darüber vor. Ohne mich auf eine Kritik derselben einzulassen, will ich nur bemerken, dass nicht nur die angewandten Methoden, sondern auch die gewonnenen Resultate sehr voneinander abweichen. Nur in sehr wenigen Fällen kennt man das absolute Leitungsvermögen der Körper, und selbst über das relative kann man in vielen Fällen Zweifel hegen. Dies beruht in der Hauptsache darauf, dass man durch die Versuche eine Grösse bestimmt, die ausser dem Leitungsvermögen zugleich das spezifische Gewicht und die spezifische Wärme enthält.

Als ich von dem „Carlsbergerfond“ eine Unterstützung zur Untersuchung der Brechung des Lichtes in stark gefärbten Körpern erhalten hatte, bemühte ich mich gleichzeitig, andere physikalische Constanten dieser Stoffe zu bestimmen. Besonders suchte ich eine Methode auf, durch welche das relative Leitungsvermögen für Wärme auf eine einigermaßen einfache und doch genaue Weise gefunden werden konnte.

Drei runde Kupferplatten I II III (Taf. I Fig. 4) waren durch ganz kleine Glasstückchen voneinander getrennt. Ihre Dimensionen und Gewichte waren folgende:

	I	II	III
Durchmesser . . .	13,13	13,13	13,13
Dicke	0,9	0,9	0,9
Gewicht	975 g	994 g	991 g

In die cylindrische Seitenfläche jeder Platte war ein Loch gebohrt, in welches besonders dazu verfertigte Thermometer eingesetzt wurden, welche von -10 bis $+50^{\circ}$ gingen und in Fünftelgrade getheilt waren. Zwischen dem Behälter und dem ersten Theilstriche lagen ungefähr 10 cm, sodass der Behälter beliebig weit in das Loch hineingebracht werden konnte. Die Platten I und II waren ausserdem durch-

bohrt, die Bohrungen konnten mit Kupferpfropfen geschlossen werden. Durch diese Löcher konnte der Zwischenraum zwischen den Platten mit einer Flüssigkeit gefüllt werden, ganz wie in den Versuchen des Hrn. H. F. Weber.¹⁾

A und *B* sind Messinggefässe, *A* wird durch einen Strom kalten Wassers abgekühlt. Durch *B* wird ein Strom warmen Wassers geleitet. — Nach Verlauf einiger Minuten kommt der ganze Apparat in Wärmegleichgewicht. Nennt man die Temperatur der Platten I, II, III resp. T_1 , T_2 , T_3 , die Leitungsfähigkeit des Körpers, der den obersten Zwischenraum füllt, K_1 , die Leitungsfähigkeit des Körpers, der den untersten füllt, K_2 , die Entfernungen der Platten e_1 und e_2 , ihre Grundfläche S , so ist die Wärmemenge, welche in einer Minute von I nach II fliesst:

$$SK_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1},$$

die, welche von II nach III fliesst:

$$SK_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2}.$$

Wenn die äussere Wärmeleitung verschwindend ist, hat man:

$$(1) \quad K_1 \frac{T_1 - T_2}{e_1} = K_2 \frac{T_2 - T_3}{e_2}, \quad \frac{K_1}{K_2} = \frac{e_1}{e_2} \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2}.$$

Werden schlechte Wärmeleiter untersucht, so wird diese Formel in der Regel benutzt werden können. Die Methode ist so einfach und sicher, dass sie zu technischen Untersuchungen gebraucht werden kann, wo es gilt, die Leitungsfähigkeit verschiedener Sorten Papier, Tuch, Fell u. s. w. zu vergleichen.

Bisweilen wird eine Berichtigung nothwendig, da die Temperatur der Kupferplatten als constant vorausgesetzt ist, was nur richtig ist, wenn die Zwischenräume mit sehr schlechten Leitern erfüllt sind. Ist die Temperatur in der obersten Fläche der obersten Kupferplatte gleich x , in der untersten x' , in den zwei anderen y und y' , z und z' , die Dicke der Kupferplatten e_0 und ihre Leitungsfähigkeit K_0 , so hat man:

¹⁾ H. F. Weber, Wied. Ann. 10. p. 103. 1880.

$$T_1 = \frac{x+x'}{2}, \quad T_2 = \frac{y+y'}{2}, \quad T_3 = \frac{z+z'}{2},$$

$$K_0 \frac{x-x'}{e_0} = K_1 \frac{x'-y}{e_1} = K_0 \frac{y-y'}{e_0} = K_2 \frac{y'-z}{e_2} = K_0 \frac{z-z'}{e_0},$$

also ist: $x - x' = y - y' = z - z' = \delta$.

Obenstehende Gleichung kann deshalb geschrieben werden:

$$K_0 \frac{\delta}{e_0} = K_1 \frac{T_1 - T_2 - \delta}{e_1} = K_2 \frac{T_2 - T_3 - \delta}{e_2}.$$

Mit hinreichender Genauigkeit ist:

$$(2) \quad \delta = \frac{K_1}{K_0} \frac{e_0}{e_1} (T_1 - T_2), \quad \frac{K_2}{K_1} = \frac{e_2}{e_1} \frac{T_1 - T_2 - \delta}{T_2 - T_3 - \delta}.$$

Um δ zu bestimmen, muss man zwar das Verhältniss K_1/K_0 kennen, es genügt aber, wenn dasselbe annähernd gegeben ist.

Ist die Leitungsfähigkeit eine Function von der Temperatur, so genügen diese Formeln nicht vollständig. Unter der Annahme, dass ihr die Form:

$$(3) \quad K = k(1 + \alpha u)$$

gegeben werden kann, wo k und α Constanten sind und u die Temperatur, kann man leicht ihren Einfluss berechnen. Die Wärmemenge, die durch eine horizontale Ebene im Apparat geht, ist constant, man kann also setzen:

$$-k(1 + \alpha u) \frac{du}{dx} = C,$$

wo dx ein Element einer verticalen Linie ist; daraus folgt:

$$-k(u + \frac{1}{2}\alpha u^2) = Cx + C',$$

wo C' eine neue Constante ist. Ist nun für $x = 0$, $u = T_1$, für $x = e$, $u = T_2$, so wird:

$$(4) \quad C = k \left(1 + \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \right) \frac{T_1 - T_2}{e}.$$

Ist die äussere Wärmeleitungsfähigkeit für die Kupferplatten h , die Oberfläche der cylindrischen Fläche A , die Temperatur der Luft T_0 , dann ist die an die Luft in der Minute abgegebene Wärmemenge:

$$h A (T_2 - T_0)$$

und die vollständige Gleichgewichtsbedingung:

$$(5) \left\{ \begin{aligned} & S k_1 \left(1 + \frac{T_1 + T_2}{2} \alpha_1 \right) \frac{T_1 - T_2}{e_1} - S k_2 \left(1 + \frac{T_2 + T_3}{2} \alpha_2 \right) \frac{T_2 - T_3}{e_2} = h A (T_2 - T_0) \\ & \frac{K_1}{K_2} = \frac{e_1}{e_2} \frac{T_2 - T_3}{T_1 - T_2} \left(1 + \frac{A h e_2}{S K_2} \frac{T_2 - T_0}{T_2 - T_1} \right), \end{aligned} \right.$$

wo K_1 die Leitungsfähigkeit bei der Temperatur $\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$ und K_2 dieselbe Grösse bei der Temperatur $\frac{1}{2}(T_2 + T_3)$ ist. Um den Einfluss der Umgebung zu vermindern, müssen die mittleren Schichten so dünn als möglich gemacht und die mittelste Platte beinahe auf der Temperatur der umgebenden Luft gehalten werden.

Bei diesem Verfahren beabsichtigt man hauptsächlich nur die relative Leitungsfähigkeit zu finden; man erhält aber auch die absolute, wenn man den variablen Zustand hinzu zieht. Betrachtet man eine Schicht von der Dicke dx , von der Wärmeleitungsfähigkeit k , dem specifischen Gewicht c_1 , der specifischen Wärme c , ist die Temperatur der einen Grenzfläche u , die der anderen $u + du/dx \cdot dx$, so sind die in die Schicht eintretenden und austretenden Wärmemengen in der Zeit dt , resp. $-kS du/dx \cdot dt$ und $-kS(du/dx + d^2u/dx^2 \cdot dx) dt$. Die Schicht empfängt also eine Wärmemenge:

$$kS \frac{d^2u}{dx^2} dx dt.$$

Steigt die Temperatur in derselben Zeit um du , dann ist dieselbe Wärmemenge gleich $c\varrho S du dx$, und man hat die Gleichung:

$$k \frac{d^2u}{dx^2} = c\varrho \frac{du}{dt}.$$

Sie wird erfüllt durch $u = c$, $u = cx$ und durch:

$$(7) \quad u = a e^{-\varphi^2 t} \sin(x \lambda \varphi + q); \quad \lambda = \sqrt{\frac{c\varrho}{k}}.$$

Die Aufgabe kann leicht gelöst werden, wenn die Temperatur der Platten I und III constant angenommen wird. Für die Schicht zwischen I und II kann man setzen:

$$u_1 = T_1 - \frac{T_1 - T_2}{e_1} x + \sum a e^{-\varphi^2 t} \sin(x \lambda_1 \varphi + q_1).$$

Für die Schicht zwischen II und III:

$$u_2 = T_3 + \frac{T_2 - T_3}{e_2} y + \sum b e^{-\varphi^2 t} \sin(x \lambda_2 \varphi + q_2),$$

wo x positiv abwärts, y positiv aufwärts gerechnet wird. Unter obiger Annahme wird:

$$q_1 = q_2 = 0.$$

Ausserdem muss u_1 für $x=e_1$ gleich u_2 für $y=e_2$ sein, deshalb:

$$a \sin e_1 \lambda_1 \varphi = b \sin e_2 \lambda_2 \varphi.$$

Ist die Temperatur der mittleren Kupferplatte θ , ihre Dicke e_0 , ihr spec. Gewicht und ihre spec. Wärme ρ und c , so empfängt sie eine Wärmemenge:

$$-k_1 S \frac{du_1}{dx} dt - k_2 S \frac{du_2}{dy} dt,$$

wo $x=e_1$ und $y=e_2$ zu setzen ist, von welcher ein Theil $c \rho e_0 S d\theta$ die Platte erwärmt, ein anderer $h A (\theta - T_0) dt$ an die Luft abgegeben wird, und man hat:

$$-k_1 S \frac{du_1}{dx} - k_2 S \frac{du_2}{dy} = c \rho e_0 S \frac{d\theta}{dt} + h A (\theta - T_0).$$

Nun ist zugleich:

$$\theta = T_2 + \Sigma a e^{-\varphi^2 t} \sin e_1 \lambda_1 \varphi,$$

Hieraus ergibt sich:

$$\begin{aligned} & k_1 \lambda_1 \cos e_1 \lambda_1 \varphi \sin e_2 \lambda_2 \varphi + k_2 \lambda_2 \sin e_1 \lambda_1 \varphi \cos e_2 \lambda_2 \varphi \\ &= \left(c \rho e_0 - \frac{A h}{S \varphi^3} \right) \varphi \sin e_1 \lambda_1 \varphi \sin e_2 \lambda_2 \varphi. \end{aligned}$$

Wird $e_1 = e_2$ angenommen und werden die beiden Zwischenräume mit demselben Körper gefüllt, so reducirt sich die Gleichung auf:

$$e_1 \lambda_1 \varphi \operatorname{tg} e_1 \lambda_1 \varphi = 2 \frac{c_1 \rho_1 e_1}{c \rho e_0} \frac{1}{1 - \frac{A h c_1 \rho_1 e_1^2}{S k_1 c \rho e_0} \left(\frac{1}{e_1 \lambda_1 \varphi} \right)^2}.$$

Bestimmt man jetzt φ durch Beobachtung von θ und setzt den gefundenen Werth in obige Gleichung ein, so kann man λ und dadurch k finden, wie es schon Weber gethan hat.

2. Wärmeleitung der Luft.

Auf die beschriebene Weise kann man zwar die Wärmeleitung der Luft untersuchen und namentlich das Leistungsvermögen verschiedener Luftarten vergleichen. Da aber darüber schon viele Bestimmungen vorliegen, so werde ich hier nur einige Versuche über die Abhängigkeit des Wärmeleitungsvermögens von der Temperatur mittheilen.

Bei diesen Versuchen wurden beide Zwischenräume gleich dick gemacht.

Tabelle I.

Beide Zwischenräume mit Luft gefüllt. $e_1 = e_2 = 0,0214$ cm.

	a. $T_0 = 10,6^\circ$			b. $T_0 = 12,0^\circ$			c. $T_0 = 13,0^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
1 m	19,8°	13,0°	6,4°	33,6°	20,5°	7,3°	48,4°	28,75°	8,35°
3	19,55	13,0	6,4	33,5	20,5	7,3	48,8	28,7	8,4
5	19,4	12,9	6,4	33,9	20,6	7,3	48,8	28,8	8,35
7	19,4	12,8	6,3	33,75	20,6	7,3	48,8	28,8	8,4
9	19,6	12,8	6,2	33,9	20,6	7,3	48,45	28,8	8,4
11	19,6	12,85	6,15	33,7	20,65	7,2	48,9	28,75	8,4
13	19,4	12,8	6,15	33,8	20,6	7,2	48,6	28,8	8,4
Mittel	19,54	12,88	6,29	33,73	20,58	7,27	48,68	28,77	8,39

Tabelle II.

Beide Zwischenräume mit Luft gefüllt. $e_1 = e_2 = 0,0754$ cm.

	$T_0 = 11,8^\circ$			$T_0 = 13,9^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	25,8°	15,6°	5,4°	47,6°	26,6°	5,25°
3	25,8	15,6	5,4	48,0	26,6	5,2
6	26,15	15,65	5,45	47,6	26,6	5,2
9	26,0	15,7	5,5	47,6	26,6	5,2
12	25,8	15,75	5,5	47,8	26,6	5,2
15	25,6	15,65	5,4	47,6	26,6	5,2
18	—	—	—	47,6	26,6	5,2
Mittel	25,86	15,66	5,44	47,69	26,60	5,21

Wäre das Wärmeleitungsvermögen von der Temperatur unabhängig, so müssten $T_1 - T_2$ und $T_2 - T_3$ gleich sein; dass dies aber nicht der Fall ist, zeigt die folgende Zusammenstellung der Resultate.

Tabelle III.

	T_0	T_1	$T_1 - T_2$	$T_2 - T_3$	s	δ	δ'
I ^a	10,6°	12,9°	6,66°	6,59°	6,6°	+0,07°	-0,05°
I ^b	12,0	20,6	13,15	13,31	13,2	-0,16	-0,19
I ^c	13,0	28,8	19,91	20,38	20,1	-0,47	-0,46
II ^a	11,8	15,7	10,20	10,22	10,2	-0,02	-0,04
II ^b	13,9	26,6	21,09	21,39	21,2	-0,30	-0,30

Dass $(T_1 - T_2) - (T_2 - T_3) = \delta$ mit wachsender Temperatur abnimmt, beweist, dass das Leitungsvermögen mit der

Temperatur zunimmt. Setzen wir nämlich in (5) $K_1 = K_2 = K$, $\alpha_1 = \alpha_2 = \alpha$ und $\frac{1}{2}(T_1 - T_2) + \frac{1}{2}(T_2 - T_3) = s$, so nimmt sie die Form an:

$$\delta + \alpha(s^2 + \delta T_2) = \frac{hA\epsilon_1}{kS}(T_2 - T_0).$$

Weil die rechte Seite der Gleichung positiv ist, muss, wenn wie hier δ negativ ist, α positiv sein. Durch diese Formel lassen sich die Versuche berechnen, wenn man:

$$\alpha = 0,001504, \quad \frac{hA}{ks} = 0,3931, \quad \frac{h}{k} = 1,43.$$

setzt. Es sind unter δ' die Werthe von δ angegeben, die man mit diesen Coëfficienten erhält; die Uebereinstimmung ist, wie man sieht, sehr befriedigend. Der hier gefundene Werth von α ist bedeutend kleiner als der von Winkelmann¹⁾ gegebene; und die Sache bedarf wohl einer näheren Untersuchung, besonders mit Rücksicht auf die Wärme, die durch Strahlung von der einen zur anderen Platte geht.

III. Wärmeleitung der Flüssigkeiten.

Um die Anwendbarkeit der Methode auf Flüssigkeiten zu prüfen, habe ich das Verhältniss des Wärmeleitungsvermögens der Luft zu denen einiger Flüssigkeiten zu bestimmen gesucht. Der obere Zwischenraum war mit Luft, der untere mit der Flüssigkeit gefüllt. Es war $\epsilon_1 = 0,0214$ cm, $\epsilon_2 = 0,1909$ cm.

Tabelle III.

	a. Luft und Wasser $T_0 = 13,4^\circ$			b. Luft und Wasser $T_0 = 13,9^\circ$			c. Luft und Weingeist $T_0 = 14,2^\circ$			d. Luft und Glycerin $T_0 = 16,4^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	28,6°	14,8°	8,7°	45,7°	20,8°	10,4°	30,2°	19,6°	7,8°	31,2°	16,8°	6,6°
2	29,4	14,65	8,5	45,8	21,0	10,55	29,8	19,6	7,75	31,1	16,8	6,6
4	30,0	14,8	8,4	45,95	21,15	10,6	30,0	19,6	7,6	31,0	16,7	6,4
6	29,8	14,8	8,45	46,0	21,2	10,55	30,4	19,65	7,6	31,35	16,65	6,35
8	30,5	14,9	8,5	46,05	21,2	10,4	30,2	19,7	7,6	31,3	16,65	6,4
10	30,2	15,0	8,5	46,0	21,15	10,4	—	—	—	31,2	16,65	6,4
12	20,2	14,9	8,5	46,0	21,1	10,4	—	—	—	31,15	16,6	6,4
Mittel	29,81	14,84	8,51	45,93	21,09	10,47	30,12	19,63	7,67	31,20	16,69	6,45

1) Winkelmann, Pogg. Ann. 157. p. 514. u. 159. p. 177. 1876.

	e. Luft und Glycerin $T_0 = 16,4^\circ$			f. Luft und Olivenöl $T_0 = 17,8^\circ$			g. Luft und Olivenöl $T_0 = 18,2^\circ$			h. Luft und Citronenöl $T_0 = 19,0^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0m	46,4 ^o	23,6 ^o	7,4 ^o	32,8 ^o	21,3 ^o	6,4 ^o	48,4 ^o	30,6 ^o	6,75 ^o	31,75 ^o	20,5 ^o	5,65 ^o
2	45,9	23,55	7,4	32,6	21,3	6,3	48,5	30,65	6,75	31,6	20,6	5,6
4	46,0	23,5	7,35	32,2	21,2	6,2	48,3	30,6	6,75	31,7	20,65	5,6
6	46,2	23,45	7,35	32,4	21,1	6,2	48,5	30,6	6,75	31,85	20,8	5,6
8	46,1	23,5	7,35	32,8	21,2	6,15	48,4	30,65	6,75	31,45	20,75	5,6
10	46,2	23,6	7,4	32,6	21,2	6,1	48,7	30,7	6,75	31,65	20,75	5,6
12	46,4	23,6	7,4	32,8	21,2	6,1	—	—	—	—	—	—
Mittel	46,17	23,54	7,38	32,60	21,21	6,21	48,47	30,63	6,75	31,67	20,67	5,61

Die Resultate sind in Tabelle V zusammengestellt.

Tabelle V.¹⁾

	$\frac{1}{2}(T_1 + T_2)$	$T_1 - T_2$	$\frac{1}{2}(T_2 + T_3)$	$T_2 - T_3$	$T_2 - T_0$	K
a. Luft u. Wasser . .	22,32	14,97	11,67	6,33	1,4	21,09
b. „ „ Wasser . .	33,51	24,84	15,78	10,62	7,2	20,87
c. „ „ Weingeist . .	24,88	10,49	13,65	11,96	5,4	7,82
d. „ „ Glycerin . .	23,94	14,52	11,57	10,24	0,3	12,64
e. „ „ Glycerin . .	34,85	22,63	15,46	16,16	7,1	12,49
f. „ „ Olivenöl . .	26,90	11,39	13,71	15,00	3,4	6,77
g. „ „ Olivenöl . .	39,55	17,84	18,69	23,88	12,4	6,66
h. „ „ Citronenöl . .	26,17	11,00	13,14	15,06	1,7	6,52

Es ist hier zugleich unter K das Leitungsvermögen der Flüssigkeit in Bezug auf Luft angegeben. Man sieht, dass das Leitungsvermögen mit der Temperatur abnimmt; der Grund ist, dass das Leitungsvermögen der Luft mit der Temperatur zunimmt.

Als eine Probe der Richtigkeit der oben gefundenen Grössen habe die in Tabelle VI angegebenen Versuche angestellt.

1) In der Berechnung von K ist auf die Verdampfung von Weingeist und Citronenöl Rücksicht genommen.

Tabelle VI.

Olivenöl. — Glycerin. $e_1 = 0,1945$ cm, $e_2 = 0,1937$ cm.

	$T_0 = 17,0^\circ$			$T_0 = 16,8^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	35,35°	16,7°	6,4°	49,2°	21,45°	6,8°
2	35,0	16,6	6,3	49,2	21,55	6,8
4	35,2	16,45	6,2	49,2	21,6	6,8
6	35,45	16,45	6,2	49,2	21,6	6,8
8	35,2	16,4	6,2	49,0	21,6	6,8
10	35,3	16,4	6,2	48,8	21,55	6,75
12	35,65	16,45	6,2	49,0	21,5	6,8
Mittel	35,31	16,49	6,24	49,09	21,55	6,79

Hieraus erhält man:

$$\begin{array}{rcl} T_1 - T_2 & 18,82^\circ & 27,54, \\ T_2 - T_1 & 10,25 & 14,76. \end{array}$$

Das Verhältniss zwischen dem Leitungsvermögen des Glycerins und dem des Olivenöls wird also resp. gleich 1,83 und 1,86, während die Tabelle V das Verhältniss gleich 1,87 ergibt.

Tabelle VI.

	K	K'	$\frac{K}{K'}$
Wasser	21,09	0,0745	283
Weingeist	7,82	0,0292	268
Glycerin	12,64	0,0402	314
Olivenöl	6,77	0,0235	288
Citronenöl	6,77	0,0210	310

In obenstehender Tabelle findet sich unter K das von mir gefundene relative Leitungsvermögen, unter K' das von Weber gefundene absolute Leitungsvermögen. Die Uebereinstimmung ist so gross, wie man sie nur erwarten kann, wenn man bedenkt, dass nur das Wasser in beiden Versuchsreihen ganz dasselbe ist. Die Versuche sind für die Temperatur nicht corrigirt worden, ich werde das nachholen und die Resultate mittheilen, wenn ich das Leitungsvermögen der Luft bei verschiedenen Temperaturen genauer bestimmt habe.

IV. Wärmeleitung fester Körper.

Ich habe mehrere feste Körper auf dieselbe Weise auf ihr Leitungsvermögen untersucht. Der obere Zwischenraum war immer mit Luft gefüllt. In den mittleren Zwischenraum wurde der zu untersuchende Körper gebracht. Von der grössten Bedeutung war es hierbei, dass sich kein schädlicher Raum zwischen den Kupferplatten und dem Körper befand. Eigentlich hatte man hierzu Quecksilber dazwischen zu bringen, ich habe mich aber begnügt, Wasser oder Glycerin zu verwenden. Es sei die Dicke der Flüssigkeitsschicht gleich ε , ihr Leitungsvermögen gleich γk (das der Luft gleich k gesetzt), das Leitungsvermögen des zu untersuchenden Körpers gleich xk , dann wird:

$$Sk \frac{T_1 - T_2}{e} \left(1 + \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} \right) - hA(T_2 - T_0) = Sk \frac{T_2 - T_0}{\frac{e_2}{x} + \frac{\varepsilon}{\gamma}},$$

oder wenn man:

$$\frac{e_2}{y} = \frac{e_2}{x} + \frac{\varepsilon}{\gamma}$$

setzt:

$$y = \frac{e_2}{e_1} \frac{T_1 - T_2}{T_2 - T_0} \left(1 + \alpha \frac{T_1 + T_2}{2} - e_1 \frac{hA}{kS} \frac{T_2 - T_0}{T_1 - T_2} \right).$$

Es sei hier gleich bemerkt, dass das letzte Glied von gar keinem Einfluss ist wegen der Kleinheit des Factors:

$$e_1 \frac{hA}{kS}.$$

Ich mache gewöhnlich zwei Versuche. Bei dem einen wird die zu untersuchende Platte trocken eingelegt, bei dem anderen ist die Platte auf beiden Seiten benetzt. Man findet somit zwei Werthe y_1 und y_2 von y , und es ist:

$$x = \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 - \gamma_2}, \quad \varepsilon = e_2 \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{\gamma_1 \gamma_2},$$

wo γ_1 und γ_2 das relative Leitungsvermögen der den „schädlichen Raum“ ausfüllenden Flüssigkeit sind.

So ergab sich an einer Spiegelglasplatte:

Tabelle VII.

Luft und Spiegelglasplatte (trocken). $\epsilon_1 = 0,0212$ cm. $\epsilon_2 = 0,277$ cm.

	$T_0 = 12,0^\circ$			$T_0 = 12,5^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	30,9°	14,5°	5,7°	49,7°	22,4°	7,8°
2	31,1	14,3	5,8	49,6	22,75	8,2
4	31,0	14,35	5,8	49,6	22,5	7,5
6	30,95	14,4	5,8	49,6	22,4	7,5
8	30,7	14,35	5,8	—	—	—
Mittel	30,93	14,34	5,78	49,62	22,51	7,76

Tabelle VIII.

Luft und Spiegelglasplatte (mit Wasser benetzt).

 $\epsilon_1 = 0,0212$ cm. $\epsilon_2 = 0,277$ cm.

	$T_0 = 19,0^\circ$			$T_0 = 18,8^\circ$		
	T_1	T_2	T_3	T_1	T_2	T_3
0 m	31,4°	12,45°	5,7°	45,8°	16,9°	6,3°
2	30,8	12,4	5,7	45,8	16,9	6,3
4	31,5	12,4	5,7	45,6	16,9	6,3
6	31,0	12,4	5,6	45,6	16,8	6,25
8	—	—	—	45,5	16,85	6,2
Mittel	31,17	12,41	5,68	45,66	16,87	6,27

Aus der Tabelle VII findet man resp. $y_1 = 26,1$ und $y_1 = 25,3$, aus der Tabelle VIII, $y_2 = 37,6$ und $y_2 = 37,2$. Setzen wir nun $y_1 = 25,7$, $y_2 = 37,4$, so erhalten wir:

$$x = 38,3.$$

Durch ähnliche Versuche habe ich das Leitungsvermögen des Marmors gleich 120 gefunden.

Die hier beschriebene Methode lässt sich auch nach anderen Richtungen hin anwenden, z. B. zur Messung electrischer Widerstände, wenn man statt der Temperatur das Potential misst. Man könnte vielleicht dem Apparate den Namen Leitungssäule geben, und wenn es sich um schnelle Messung mehrerer Widerstände handelt, könnte man sehr wohl mehrere Schichten übereinander legen.

Kopenhagen, März 1881.

IV. Ueber die Dampfspannungen der Flüssigkeitsgemische; von D. Konowalov.

(1. Abhandlung.)

Nach dem Dalton'schen Gesetz findet man bekanntlich den Druck eines Gemisches aus gegenseitig indifferenten und von der Condensation weit entfernten Gasen, indem man für jedes einzelne den Druck so berechnet, als wenn es den Raum allein erfüllte, und diese „Partialdrucke“ addirt. Ebenso verhalten sich nach den Versuchen von Magnus¹⁾ und Regnault²⁾ die gesättigten Dämpfe solcher Flüssigkeiten, die gar nicht ineinander löslich sind: die Spannkraft des Gemenges ist gleich der Summe der Spannkraften der Componenten. Lösen sich dagegen die Flüssigkeiten ineinander, so tritt (ebenfalls nach Versuchen von Magnus und Regnault) immer ein Verlust an Spannkraft ein, und es wird gewöhnlich angenommen, dass die Spannkraft bei Gemischen dieser Art einen mittleren Werth zwischen denen der beiden einzelnen Flüssigkeiten hat.³⁾

Indessen kennt man seit längerer Zeit Ausnahmen von dieser Regel.

So ist z. B. bei Gemischen von Ameisensäure und Wasser die Spannkraft kleiner als die des Wassers und der Ameisensäure für sich. — Roscoe hat gezeigt, dass eine Mischung von 77,5% Ameisensäure und 22,5% Wasser bei 760 mm Druck constant bei 107° siedet, während der Siedepunkt der Ameisensäure bei 101,1° lag.

Die Annahme, dass es sich hier um ein nach bestimmten Verhältnissen zusammengesetztes Hydrat handelt, widerlegt er dadurch, dass bei einem anderen Druck eine andere Mischung als die angegebene constant siedet.

Jedenfalls wird das Verhalten der Stoffe in Dampfform in einem gewissen Zusammenhange zu demjenigen im flüssigen Zustande stehen. In diesem letzteren aber ist die vollstän-

1) Magnus, Pogg. Ann. **38**. p. 481. 1836.

2) Regnault, Compt. rend. **39**. p. 301, 345 u. 397. 1854; Pogg. Ann. **93**. p. 537. 1854.

3) Wüllner, Experimentalphysik. **3**. p. 567.

dige Unlöslichkeit nur ein Grenzfall; theilweise ineinander lösliche Flüssigkeiten bilden Zwischenstufen, und selbst unter den in allen Verhältnissen mischbaren Flüssigkeiten kann man diejenigen Fälle, wo die Trennung der Flüssigkeiten sehr leicht geschieht, von denjenigen unterscheiden, wo dieselbe ausserordentlich schwer ist.

Man kann erwarten, dass dementsprechend auch in Dampf- form die Grösse der Wechselwirkung variirt, und es liegt nahe, den Zusammenhang zwischen den Wirkungen in beiden Zuständen, dem flüssigen und dem dampfförmigen zu suchen. Zu diesem Zwecke eignen sich am besten die homologen Reihen. Die allmähliche Aenderung der Eigenschaften beim Uebergange von den ersten Gliedern der Reihe zu den mehr und mehr zusammengesetzten lässt die Erscheinungen leichter verfolgen und vergleichen. Ich habe daher unternommen, die Gemische dieser Körper mit einer bestimmten Flüssigkeit zu untersuchen. Die ausgewählten Reihen sind: die Alkoholreihe $C_nH_{2n+2}O$, und die Säurereihe $C_nH_{2n}O_2$. Als gemeinsame zweite Flüssigkeit wurde bei beiden Gruppen Wasser benutzt. Die ersten Glieder der beiden Reihen mischen sich in allen Verhältnissen mit Wasser. Vom vierten Glied an bei den Alkoholen, vom fünften bei den Säuren bilden sich beim Zusammenmischen schon zwei Schichten, deren Zusammensetzung sich desto mehr der der reinen Flüssigkeiten nähert, je zusammengesetzter das Glied ist.

Die Untersuchung erstreckte sich auf die vier ersten Glieder der beiden Reihen. Es wurden für jede Flüssigkeit eine Anzahl Mischungen nach der Wage hergestellt und ihre Spannkraft bei möglichst identischen Temperaturen gemessen. Die erhaltenen Resultate wurden sodann graphisch dargestellt, indem die Procentgehalte als Abscissen und die Spannkraft als Ordinaten aufgetragen wurden. Die letzteren mussten zuerst durch graphische Interpolation auf die genau gleichen Temperaturen entsprechenden Grössen reducirt werden.

Die Methode.

Die Spannkraft der gesättigten Dämpfe ist bisher nach zwei verschiedenen Methoden untersucht worden. Die eine

besteht darin, die Siedetemperatur einer Flüssigkeit zu bestimmen, die sich unter einem gemessenen äusseren Drucke befindet. Bei der anderen verbreiten sich die Dämpfe in einem abgeschlossenen Raume, der kein fremdes Gas enthält, und man bestimmt den von ihnen hervorgebrachten Druck bei einer gemessenen Temperatur.

Für die vorliegende Aufgabe war nur die zweite Methode brauchbar, da nur diese gestattet, den Dampfraum beliebig klein zu machen, bei der Entwicklung von grossen Dampfmassen aber sich die Zusammensetzung der zurückbleibenden Flüssigkeit im allgemeinen ändert. Es wurde daher im wesentlichen die Versuchsanordnung von Magnus¹⁾ gewählt. Doch waren in Einzelheiten einige Abänderungen nothwendig, da aus dem soeben erwähnten Grunde das Auskochen der Flüssigkeiten vermieden werden musste. So ergab sich

der im Folgenden beschriebene Apparat (s. Fig.). Zur Aufnahme der Flüssigkeit diente der geschlossene Schenkel *a* einer U-förmigen Röhre von 15 mm lichtem Durchmesser, dessen offener und längerer Schenkel *b* in den Hahn β endigte. An das untere Ende von *a* setzte sich eine enge Röhre *c* an, die ebenfalls durch einen Hahn γ geschlossen werden konnte. Auf die Röhren *a* und *b* war eine Millimetertheilung geätzt. In diesen Apparat wurde zunächst so viel Quecksilber gegossen, wie zur Ausfüllung der Röhren *a* und *c* und eines kleinen Theils von *b* nöthig war. Dann wurde *c* mit einem Trockenapparat und *b* mit einer Quecksilberluftpumpe verbunden. Sobald die letztere in Thätigkeit gesetzt wird, streicht trockene Luft durch die ganze Quecksilbermasse, die hierbei in der Röhre *b* steht, und indem man den Apparat gleichzeitig mit einer Bunsen'schen Flamme erwärmt, entfernt man in kurzer Zeit die letzten Spuren von Feuchtigkeit. Sodann bewirkt man durch Neigen des Apparates, dass sich *a* vollständig mit dem noch



1) Magnus, Pogg. Ann. 61. p. 225. 1844.

warmen Quecksilber füllt. Nunmehr wird die zu untersuchende Flüssigkeit in *c* mittelst eines feinen Trichters eingebracht (der Hahnkörper γ wird so lange entfernt) und *b* und *c* mit der Quecksilberluftpumpe verbunden. Man öffnet den Hahn γ und lässt die Flüssigkeit bis nahe an den Hahn steigen. Dann wird γ geschlossen und β geöffnet. Die Flüssigkeit sinkt, und über ihr bildet sich ein luftverdünnter Raum, der sich schnell mit der in der Flüssigkeit gelösten Luft füllt. Durch leichtes Erwärmen kann man den Vorgang beschleunigen. Nur in wenigen Fällen war es nöthig, diese Operation zu wiederholen, meistens war die Flüssigkeit bereits nach dem ersten mal so luftfrei, dass durch ihre Adhäsion an dem Glas eine Quecksilbersäule von ca. 100 mm getragen wurde. Freilich trennt sich hierbei gleichzeitig ein Theil der zu untersuchenden Mischung in Dampfform von der Flüssigkeit; die Menge desselben ist jedoch so gering, dass die Zusammensetzung des Gemisches dadurch nicht merklich geändert wird. Endlich erwärmt man leicht den über der Flüssigkeit befindlichen Raum so lange, bis durch den Druck der Gase die gewünschte Menge der Versuchssubstanz nach *a* hinübergetrieben ist. Der Rest wird aus *C* herausgesaugt und der Hahn γ wiederum geschlossen. Der Apparat ist nunmehr für den Versuch vorbereitet. Er wird in verticaler Stellung fixirt, *b* mittelst einer T-Röhre einerseits mit der Luftpumpe, andererseits mit einem offenen Manometer verbunden. Der eine Schenkel des letzteren liess sich vor einer verticalen Spiegelscala verschieben, welche mit dem Kathetometer controlirt war. Alle Verbindungen waren ausschliesslich aus Glas gefertigt, indem entweder die Glasröhren aneinander geschmolzen oder mit Siegellack ineinander gekittet waren. Die nöthige Beweglichkeit war den einzelnen Theilen durch eingeschaltete Glasfedern gewährt.

Das Röhrensystem *a*, *b* und *c*, das auf eine constante und messbare Temperatur gebracht werden sollte, tauchte etwa zur halben Länge in ein mit Wasser gefülltes Becherglas von 4,5 l Inhalt, das auf einem Sandbade stand und oben durch einen Holzdeckel geschlossen war. Dieser hatte Oeffnungen für die Röhren *b* und *c*, für zwei Thermometer

und für den Stab eines aus Glasröhren schlangenförmig gebogenen, leichten Rührers. Letzterer, durch einen electromagnetischen Motor getrieben, machte 50 bis 60 doppelte Gänge in der Minute. — Von den Thermometern hing eines, dessen Angaben als die Temperaturen der untersuchten Flüssigkeit angenommen wurden, unmittelbar neben a , das andere, durch welches die Gleichförmigkeit der Temperatur des Bades controlirt wurde, nahe der Wand des Becherglases. Beide, von Baudin gefertigt, waren in Halbgrade von ca. 1 mm Länge getheilt. Caliber und feste Punkte wurden controlirt. Die bei den benutzten Temperaturen unbedeutenden Correctionen auf das Luftthermometer (im Maximum $0,3^\circ$) wurden gemäss den Angaben von Kohlrausch¹⁾ vorgenommen. Ein drittes Thermometer, dessen Kugel sich oberhalb des Becherglases befand, diente zur Correction für den herausragenden Faden der beiden ersten.

Becherglas, Sandbad und Brenner waren nochmals mit einer Papphülle umgeben, in welcher sich an zwei gegenüberliegenden Stellen durch Glasplatten geschlossene Oeffnungen befanden. Man erwärmte das Bad auf eine Temperatur, die nur wenige Grad unterhalb der gewünschten lag, und drehte dann, falls dieselbe kleiner als etwa 50° war, den Brenner vollständig ab, während man anderenfalls eine kleine Flamme brennen liess. Die Temperatur stieg dann mit abnehmender Geschwindigkeit weiter und gelangte nach einigen Minuten zu einem Maximum, auf welchem sie sich während einer für die Beobachtung ausreichenden Zeit constant erhielt.

Der gesuchte Druck berechnet sich, wie bei Magnus, aus dem Barometerstand, der Höhendifferenz der Quecksilberoberflächen in den beiden Schenkeln des Manometers und derjenigen in den Röhren a und b . Die letztere war mit Hülfe der Luftpumpe und des Manometers stets auf höchstens 3 bis 5 mm herabgedrückt. Sie wurde, um die störenden Brechungen in den umgebenden Glashüllen zu vermeiden, direct auf der aufgeätzten Theilung mit einem Fernrohr abgelesen. Die Lage beider Theilungen gegeneinander aber

¹⁾ F. Kohlrausch, Leitfaden der prakt. Physik. 3. Aufl. p. 64. 0

wurde, ehe der Apparat mit Becherglas und Hülle umgeben war, mit dem Kathetometer bestimmt. Man vermeidet dadurch den Fehler, den bei nicht genau verticaler Stellung des Apparates der horizontale Abstand beider Röhren hervorruft. Selbstverständlich geschah die Ablesung nur dann, wenn das Quecksilber einen unveränderlichen Stand einhielt. Bei höheren Temperaturen gibt dies eine empfindlichere Probe auf die Constanz der Temperatur, als sie die Beobachtung des Thermometers gewährt.

Zur Prüfung des Apparates wurden zunächst Versuche mit destillirtem Wasser angestellt. In der folgenden Tabelle stelle ich unter *S* die erhaltenen Zahlen für die Spannkraft mit denjenigen zusammen, die sich für dieselben Temperaturen *T* aus Magnus' Interpolationsformel ergeben.

<i>T</i>	<i>S</i>		Differ. <i>M - K</i>	<i>T</i>	<i>S</i>		Differ. <i>M - K</i>
	nach Konowal.	nach Magnus			nach Konowal.	nach Magnus	
16,5°	13,7	13,9	+0,2	70,7°	239,8	229,6	-0,2
26,4	25,4	25,6	+0,2	80,45	359,4	360,6	+1,2
40,4	56,5	56,2	-0,3	90,0	523,4	524,8	+1,4
50,25	92,9	93,4	+0,5	91,25	549,95	550,4	+0,5
59,2	142,8	143,2	+0,4				

Zur Vergleichung mögen hier noch für einige Temperaturen die Differenzen δ zwischen Werthen aus derselben Formel und den von Magnus selbst direct beobachteten Zahlen folgen:

<i>T</i> = 16,82°	23,85°	44,9°	52,12°	58,66°	78,33°	91,34°
δ = +0,72	-0,22	-0,14	+0,72	+0,59	+0,45	-0,83

Man sieht, dass die von mir benutzte Methode gut ist.

Versuche.

A. Alkohol-Wasser-Mischungen.

1) Methylalkohol. 400 g käuflicher Methyalkohol wurden in Oxalsäureester verwandelt, der letztere durch Kochen mit Kalilauge verseift, und der Alkohol abdestillirt. Der durch Potasche aus der wässerigen Lösung abgeschiedene Alkohol wurde zunächst mit frisch geglühter Potasche getrocknet und dann über frisch gebranntem Kalk zweimal destillirt.

Diese, wie auch alle später zu erwähnenden fractionirten Destillationen wurden mit einem von Alvergriat verfertigten Apparate mit fünf Kugeln und Platindrahtnetzen ausgeführt. Die Spannungen des reinen Alkohols ergaben sich wie folgt:

$T = 15,0^\circ$	$29,3^\circ$	$43,0^\circ$	$43,15^\circ$	$53,9^\circ$	$65,4^\circ$
$S = 72,4$	$153,4$	$292,4$	$295,0$	$470,3$	$756,6$

T bedeutet, wie auch stets im Folgenden, die Temperatur; S die Spannung in Millimetern Quecksilber von 0°C . Auf Grund dieser Zahlen ist die Curve A gezeichnet.

Mischungen mit Wasser. Die angegebenen Procentgehalte bezeichnen (wie stets im Folgenden) Gewichtsverhältnisse, die direct durch Wägung gefunden waren.

Wasser — 75,46% Alkoh. — 24,54%		Wasser — 50,74% Alkoh. — 49,26%		Wasser — 36,6% Alkoh. — 63,6%		Wasser — 27,7% Alkoh. — 72,3%	
T	S	T	S	T	S	T	S
17,25°	80,15	17,0°	44,5	12,55°	39,8	18,65°	63,7
29,9	62,6	29,9	90,6	29,75	104,2	29,25	112,8
43,2	126,2	43,3	177,3	43,7	206,2	43,2	224,6
53,6	207,25	53,5	284,0	54,0	330,2	53,5	357,8
64,9	345,7	65,5	479,9	65,7	543,45	65,5	591,7
84,25	750,8	76,7	747,6			71,15	747,7

Hiernach sind auf Taf. II die Curven für die mittleren Temperaturen $18,0^\circ$, $29,5^\circ$, $43,2^\circ$, $53,5^\circ$ und $65,2^\circ$ construirt. Abscissen sind die in der Mischung enthaltenen Procente Alkohol, Ordinaten die Spannkkräfte.

2) Aethylalkohol. Käuflicher absoluter Alkohol wurde über Kalk destillirt und der mittlere Theil des Destillats zur Untersuchung benutzt. In der folgenden Tabelle sind meine für den reinen Alkohol gefundenen Zahlen mit denen zusammengestellt, die sich aus Regnault's Beobachtungen nach Zeuner's Interpolationsformel berechnen.

T	S	
	Konowalow	Regnault
18,7°	41,3	41,1
35,5	106,3	105,9
49,5	215,3	214,7
65,4	443,8	444,0
78,55	766,5	766,1

Für die Mischungen mit Wasser ergab sich (vgl. Taf. II).

Alkoh. — 85,7% Wasser — 14,3%		Alkoh. — 68,12% Wasser — 31,98%		Alkoh. — 50,4% Wasser — 49,6%		Alkoh. — 33,13% Wasser — 66,87%	
<i>T</i>	<i>S</i>	<i>T</i>	<i>S</i>	<i>T</i>	<i>S</i>	<i>T</i>	<i>S</i>
17,4	35,9	18,1	34,2	15,3	27,4	21,15	85,1
40,7	133,3	40,45	123,0	15,5	27,7	40,9	107,1
60,45	346,35	60,65	327,8	40,6	117,5	60,45	281,6
70,2	532,5	70,35	509,7	60,05	301,4	70,4	436,7
79,65	782,9	80,5	768,7	59,65	295,7	80,25	654,0
79,95	789,5	—	—	70,3	473,4	—	—
—	—	—	—	70,15	470,7	—	—
—	—	—	—	80,5	720,0	—	—
—	—	—	—	80,55	720,9	—	—

Der reine Alkohol, sowie eine Reihe von Mischungen, unter denen sich auch diejenige zu gleichen Theilen befindet, sind bereits von Wüllner untersucht worden. Seine Resultate weichen jedoch von den meinigen und ebenso für den reinen Alkohol von denen von Regnault zum Theil nicht unerheblich ab.

3. Propylalkohol. 300 g käuflicher Propylalkohol (von Kahlbaum) wurden mit frisch gebranntem Kalk getrocknet und fractionirt. Für die Versuche wurde der bei 97° (Barometerstand, $B_0 = 749,2$) constant siedende Theil (50 g) benutzt. Es ergab sich (vgl. die Curve C):

$T = 11,5^\circ$	$16,8^\circ$	$21,8^\circ$	$28,35^\circ$	$30,6^\circ$	$33,75^\circ$	$39,1^\circ$	$49,2^\circ$	$52,85^\circ$
$S = 8,1$	$10,0$	$17,2$	$24,7$	$29,5$	$35,7$	$48,3$	$85,3$	$101,0$
$T = 59,4^\circ$	$59,9^\circ$	$70,4^\circ$	$74,9^\circ$	$80,5^\circ$	$81,75^\circ$	$81,9^\circ$	$89,6^\circ$	$98,6^\circ$
$S = 143,25$	$146,9$	$245,8$	$304,2$	$384,1$	$405,2$	$406,4$	$561,7$	$794,9$

Ebenso für ein anderes Präparat, das in derselben Weise behandelt wurde:

$T = 16,5^\circ$	$52,4^\circ$	$59,9^\circ$	$70,5^\circ$	$82,1^\circ$
$S = 10,9$	$101,1$	$148,5$	$247,7$	$411,4$

Die Zahlen beider Reihen stimmen gut überein; gleichwohl können sie nicht als die vollkommen genauen Werthe für reinen Propylalkohol gelten, da bei der Darstellung des Präparates die Möglichkeit kleiner Verunreinigungen nicht ausgeschlossen ist und beide Proben aus derselben Quelle bezogen waren. Für die Mischungen mit Wasser erhielt ich (s. Taf. II).

Wasser—63,8°/ Alkoh.—6,2°/		Wasser—73,2°/ Alkoh.—21,8°/		Wasser—64,10°/ Alkoh.—36,9°/		Wasser—47,2°/ Alkoh.—62,8°/		Wasser—37,70°/ Alkoh.—62,27°/		Wasser—11,2°/ Alkoh.—88,8°/	
T	S	T	S	T	S	T	S	T	S	T	S
17,65	20,8	16,25	19,0	16,25	19,2	19,65	24,5	19,4	25,1	19,4	19,4
40,3	79,4	32,6	51,2	33,0	54,6	32,35	52,9	33,0	56,8	32,55	42,7
51,0	138,7	42,9	91,2	42,35	91,8	40,15	82,6	42,7	94,8	42,2	74,1
59,8	214,2	52,1	149,0	50,65	141,75	51,55	149,8	51,05	148,7	51,2	119,2
69,35	334,1	51,45	144,2	60,5	231,5	60,95	237,5	60,5	234,8	61,35	195,05
80,85	540,3	61,4	235,1	70,9	368,8	71,4	382,8	71,43	384,1	70,85	295,5
88,5	740,4	70,55	357,2	80,3	546,0	81,4	579,8	81,4	586,0	80,65	455,8
—	—	80,75	547,5	88,0	745,3	87,7	749,9	87,6	749,0	89,4	649,6
—	—	88,6	747,0	—	—	—	—	—	—	90,55	751,2

4) Isobutylalkohol. Das nächste Glied der homologen Reihe normaler Alkohole $C_4H_{10}O$, der normale Butylalkohol, ist schwer in grösserer Menge rein darzustellen. Mit ihm theilt aber sein isomerer Isobutylalkohol die Eigenschaft, sich im Wasser nur theilweise zu lösen, und da mir die Kenntniss gerade derartiger Flüssigkeiten an sich von Interesse zu sein schien, habe ich den Gährungsbutylalkohol (Isobutylalkohol) untersucht. — 300 g käuflicher Alkohol (von Kahlbaum), über Kalk getrocknet und fractionirt, lieferten ein bei 107,8 bis 108,0° ($B_0 = 761,4$) siedendes Präparat, für welches sich folgende Spannungen ergaben:

T = 15,8°	30,85°	51,0°	61,25°	70,9°	80,2°	91,2°	100,05°
S = 6,55	17,5	58,0	100,4	164,3	250,7	403,45	577,5

Zur Controle wurde der flüchtige Theil noch einmal getrocknet und fractionirt. Das so gewonnene, bei 107° ($B_0 = 741,8$) constant siedende Präparat ergab (s. Taf. II Curve D).

T = 14,75°	30,85°	50,45°	60,4°	70,7°	80,0°	91,0°	99,9°
S = 5,8	17,7	55,5	94,1	160,05	246,0	395,2	570,3

Dieses Präparat zeigt etwas kleinere Spannungen. Der Grund der übrigens nicht bedeutenden Abweichungen liegt wahrscheinlich darin, dass das erste Präparat nicht vollkommen wasserfrei war.

Es wurden sodann Wasser und Alkohol je mit einer so kleinen Menge der anderen Flüssigkeit versetzt, dass sich in beiden Fällen eine klare Lösung bildete. Dabei fand sich:

Wasser — 5,95% Alkohol — 94,05%		Wasser — 93,9% Alkohol — 6,1%	
T	S	T	S
16,9	17,6	18,1	18,9
40,3	65,5	40,3	71,7
59,9	176,5	59,4	193,9
71,4	299,9	70,9	331,3
81,5	457,6	81,55	516,15
93,1	784,6	91,0	746,05

Es wurde dann Wasser mit etwa seinem halben Volumen Alkohol in den Apparat gebracht. Dabei bilden sich zwei Schichten, von denen die untere Wasser, die obere Alkohol als vorwiegenden Bestandtheil enthält. Bei den Beobachtungen der Spannkraft musste hier darauf Rücksicht genommen werden, dass die Zusammensetzung der beiden heterogenen Schichten von der Temperatur abhängig und zur Herstellung des Gleichgewichtszustandes durch Diffusion eine längere Zeit erforderlich sein konnte. Es genügte daher hier nicht, die Temperatur nur während der Beobachtung constant zu erhalten. Durch Regulirung der Flamme wurde erreicht, dass dieselbe während einiger Stunden nur innerhalb $0,3^{\circ}$ schwankte. Erst am Ende dieses Zeitraumes wurden die Messungen vorgenommen; ausserdem wurden für einige Temperaturen die Beobachtungen wiederholt. Folgendes sind die Resultate:

$T = 12,1^{\circ}$ 41,65° 46,8° 59,9° 71,4° 71,5° 80,85° 81,6°

$S = 14,3$ 82,2 107,9 207,6 355,6 356,15 530,8 550,0

$T = 81,2^{\circ}$ 88,75° 88,55° 89,1°

$S = 537,4$ 728,3 722,4 738,6

Endlich wurde eine bei ungefähr 40° gesättigte Lösung von Isobutylalkohol in Wasser der Untersuchung unterworfen. Es ergab sich:

$T = 16,65^{\circ}$ 40,8° 59,9° 71,8° 81,6° 89,0° 97,2°

$S = 19,0$ 78,8 207,0 360,5 548,0 731,6 991,9

Schon aus diesen Zahlen, mit voller Deutlichkeit aber aus einer graphischen Darstellung, ist ersichtlich, dass die Spannungen bis zu etwa 70° vollkommen mit denjenigen der vorigen Reihe zusammenfallen. Nun ist bekannt¹⁾, dass die Löslichkeit des Isobutylalkohols in Wasser mit steigender

1) W. Alexejew, Jahresber. für Chemie. 1876. p. 47.

Temperatur bis etwa 52° abnimmt, dann wieder steigt und bei etwa 73° den Betrag erreicht, den sie bei 40° besass. In Uebereinstimmung hiermit zeigte die Beobachtung bei Temperaturen über 40° eine Trübung der Flüssigkeit, die erst bei 70° wieder verschwand. Es lag also in dem Intervall 40 bis 70° auch hier ein Gemenge zweier Lösungen vor, von denen freilich die eine nur in äusserst geringer Menge vorhanden war. Die Versuche beweisen demnach, dass die Spannkraft des Gemenges der beiden Lösungen unabhängig ist von dem Mengenverhältnisse der beiden Bestandtheile. Die Spannkraftcurven haben also die Form der in Taf. II gezeichneten.

B. Säure-Wasser-Mischungen.

Alle untersuchten Säuren waren von Kahlbaum bezogen. Die beiden ersten Säuren der Reihe: Ameisensäure und Essigsäure wurden zuerst desfillirt und dann durch Erstarrenlassen, Weggiessen des flüssigen Theils, Schmelzen und Wiederholen dieser Operationen gereinigt. Die beiden anderen, Propionsäure und Buttersäure, wurden durch fractionirte Destillation gereinigt. Die Spannkräfte der Säuren selbst sind schon von Landolt¹⁾ eingehend untersucht. Seine Zahlen habe ich in die Spannkraftcurven der Gemische als Endordinaten eingetragen. Nur die Spannkräfte der reinen Ameisensäure, die schwer in wasserfreiem Zustand zu erhalten ist, habe ich zu grösserer Sicherheit nochmals bestimmt. In der nachstehenden Tabelle sind die von mir gefundenen Werthe mit den aus Landolt's Formel berechneten zusammengestellt.

Ameisensäure.

T	S	
	Konowalow	Landolt
17,5	29,1	27,8
40,5	85,5	83,1
59,7	187,8	187,0
70,1	280,2	279,1

Ich gebe im Folgenden die für die Mischungen der Säuren erhaltenen Zahlen. (s. Taf. II.)

1) Landolt; Lieb. Ann. Supplementbd. 6. p. 129. 1868.

1. Ameisensäure

(Schmelzpunkt + 7°).

Ameis. — 25,66		Ameis. — 50,02		Ameis. — 70,78	
Wass. — 77,34		Wass. — 49,98		Wass. — 20,22	
T	S	T	S	T	S
18,9	15,3	16,95	11,7	18,0	14,5
42,35	58,0	31,8	29,1	42,15	54,5
61,35	147,4	42,9	51,7	61,05	130,5
80,8	348,6	54,9	102,7	59,9	123,3
100,0	719,8	70,1	169,9	80,7	290,9
—	—	80,95	309,4	80,8	292,1
—	—	90,7	457,85	99,8	590,7
—	—	99,65	644,0	—	—

2. Essigsäure.

(Schmelzpunkt + 16°).

Wass. — 81,8		Wass. — 49,9		Wass. — 19,78	
Essigs. — 18,3		Essigs. — 50,1		Essigs. — 80,22	
T	S	T	S	T	S
16,65	13,35	16,45	12,5	16,0	11,8
49,85	87,7	49,95	85,0	49,85	78,2
80,55	352,5	80,2	335,6	80,0	300,7
100,0	750,2	100,0	724,0	100,05	645,7

3. Propionsäure,

aus Propionnitril.

(Siedetemp. = 139° bei $B_0 = 741,5$.)

Wass. — 75,08 %		Wass. — 50,63		Wass. — 24,32	
Pr. — 34,92		Pr. — 49,37		Pr. — 75,68	
T	S	T	S	T	S
16,85	14,1	15,95	12,8	17,3	13,75
46,85	76,6	46,35	73,25	46,7	69,6
62,9	167,7	64,0	173,8	63,4	151,4
81,25	370,8	70,2	229,5	81,45	336,7
99,25	746,9	81,5	379,3	99,6	676,35
—	—	90,0	528,6	—	—
—	—	99,5	739,6	—	—

4. Buttersäure

(Siedetemp. = 163° bei $B_0 = 748,1$.)

Wass. — 74,52		Wass. — 50,0		Wass. — 29,0	
B. — 25,48		B. — 50,0		B. — 70,1	
T	S	T	S	T	S
18,3	15,15	15,0	14,2	19,45	16,4
49,85	90,4	31,25	35,6	50,2	90,8
80,5	364,9	42,75	65,5	80,45	351,3
99,7	766,4	52,25	109,4	100,0	740,8
—	—	60,35	152,3	—	—
—	—	70,3	237,3	—	—
—	—	79,6	350,8	—	—
—	—	99,0	741,1	—	—

Uebersicht der Resultate.

Vergleichen wir zunächst die Reihe der Alkohole, so zeigt sich, dass beim Fortschreiten zu den höheren Gliedern der Charakter der Curven, welche die Spannkkräfte als Function der Mischungsverhältnisse darstellen, sich fortwährend in demselben Sinn ändert. Die Curven des Methylalkohols fügen sich der Geraden an, welche die Spannkkräfte des reinen Wassers und des reinen Alkohols verbindet (Linie des arithmetischen Mittels). Für die niedrigsten Temperaturen liegt sie ganz unterhalb derselben, bei den höheren Temperaturen erhebt sie sich theilweise über sie. Alle Ordinaten der Curven liegen zwischen den Anfangs- und Endordinaten, die

Spannungen der Gemische liegen zwischen denjenigen der reinen Flüssigkeiten. Die Curven der Gemische des Aethylalkohols liegen sämmtlich und für die höheren Temperaturen beträchtlich oberhalb der oben erwähnten Geraden. Aber auch hier noch liegt die Grösse aller Ordinaten einer Curve zwischen Anfangs- und Endordinate.

Bei dem Propylalkohol dagegen liegen fast die ganzen Curven oberhalb der beiden äussersten Ordinaten, die Spannung der Gemische ist grösser, als die jeder einzelnen Componente.

Diese Curven haben folglich ein Maximum, und zwar entspricht dasselbe einem Alkoholgehalt von etwa 75 %. Der mittlere Theil der Curven verläuft ungefähr geradlinig mit schwacher Neigung gegen die Abscissenaxe, sodass die Spannkraft von der Zusammensetzung fast unabhängig ist, so lange nicht einer der Bestandtheile ausserordentlich überwiegt.

Beim Butylalkohol, dem ersten nur theilweise löslichen Glied der Reihe, wird dieser mittlere Theil der Curve geradezu eine Parallele zur Abscissenaxe, das Maximum ist zu einer Linie ausgestreckt, von deren Endpunkten aus die Curve schnell zu den Grenzordinaten sinkt. Die Ordinate des Maximums ist nur wenig kleiner als die Summe der letzteren. Der Charakter dieser Curve weicht nur noch wenig von derjenigen ab, die nach Regnault die Spannung des Gemenges von zwei in einander vollkommen unlöslichen Flüssigkeiten darstellt, und welche aus zwei isolirten Grenzordinaten und einer horizontalen Geraden besteht, deren Ordinate gleich der Summe jener ist. — Die Depression der Curve unter das Niveau, welches diesem Grenzfall entspricht, der Verlust an Spannkraft, den die Flüssigkeiten bei ihrer Mischung erleiden, findet einen einfachen numerischen Ausdruck in der Grösse von $\mu = S/A + B$, wo S die Spannkraft eines Gemisches von bestimmter Zusammensetzung, A und B die Einzelspannungen sind. Ich stelle die Werthe dieser Grössen für das Mischungsverhältniss 1:1 bei den verschiedenen Beobachtungstemperaturen zusammen.¹⁾

1) Wüllner, der μ für Aethylalkohol ebenfalls bestimmt hat, schloss, dass diese Grösse stets eine constante sei (für das Mischungsverhältniss

Methylalkohol		Aethylalkohol		Propylalkohol		Isobutylalkohol	
<i>T</i>	μ	<i>T</i>	μ	<i>T</i>	μ	<i>T</i>	μ
17,0	0,47	15,3	0,6	19,6	0,77	12,1	0,89
29,9	0,48	40,6	0,6	35,0	0,77	46,8	0,87
43,3	0,49	60,0	0,6	60,0	0,765	71,4	0,86
53,5	0,497	70,15	0,6	80,0	0,75	81,6	0,86
65,2	0,51	80,5	0,6	88,0	0,75	89,1	0,85

Ganz ähnliche Verhältnisse zeigt die homologe Reihe der Säuren.

Die Curven für die Gemische der Ameisensäure haben ein scharf ausgeprägtes Minimum, welches ungefähr einem Säuregehalt von 70% entspricht. Es liegt hier der extreme Fall vor (zu dem, mindestens für die Beobachtungstemperaturen, bei der Alkoholreihe kein Analogon existirt), dass die Spannkraft für den bei weitem grössten Theil der Gemische kleiner, als jede der beiden einzelnen Spannungen sind.

Die Curven für Essigsäure und Propionsäure verlaufen mit zunehmendem Gefälle von der Spannkraft des reinen Wassers zu der niedrigeren der reinen Säuren. Die Convexität ist stärker für die Propionsäure; die Spannkraft bleiben hier von 0% bis circa 60% Säuregehalt fast constant.

Die Curven für Buttersäure endlich besitzen ein Maximum. Dasselbe verschiebt sich mit steigender Temperatur zu Mischungen von geringerem Säuregehalt. Ich lasse auch hier die Werthe von μ folgen.¹⁾

Ameisensäure		Essigsäure		Propionsäure		Buttersäure	
<i>T</i>	μ	<i>T</i>	μ	<i>T</i>	μ	<i>T</i>	μ
17,0	0,28	16,45	0,45	16,0	0,63	15,0	0,75
31,8	0,32	—	—	46,3	0,725	31,25	0,79
54,9	0,37	50,0	0,54	64,0	0,76	52,25	0,87
80,5	0,40	80,2	0,58	81,5	0,80	79,6	0,87
100,0	0,42	100,0	0,61	99,5	0,79	99,0	0,89

1:1). Die obigen Zahlen zeigen, dass sie für die verschiedenen Alkohole eine bald zunehmende, bald abnehmende Function der Temperatur ist (Wüllner, Pogg. Ann. 120. p. 353. 1866).

1) Die Abhängigkeit von der Temperatur tritt hier noch deutlicher, als bei den Alkoholen hervor.

Folgerungen.

Es sollen nun die gewonnenen Resultate benutzt werden, um einige allgemeine Folgerungen über das Sieden gemischter Flüssigkeiten zu ziehen.

Die Spannkraft der Dämpfe einer aus zwei verschiedenen Substanzen bestehenden Flüssigkeit ist im allgemeinen eine Function des Mischungsverhältnisses. (Der specielle Fall der nur theilweise in einander löslichen Flüssigkeiten, für den dies nach dem oben Gesagten durchgängig nicht gilt, bleibt von der folgenden Betrachtung ausgeschlossen und soll in einer späteren Abhandlung discutirt werden.) Eine solche Mischung, die sich in einem abgeschlossenen Raum befindet, werde auf constanter Temperatur gehalten. Wir denken uns diesen Raum ausser von festen Gefässwänden durch einen beweglichen Stempel begrenzt. Dann sind die Bedingungen des stabilen Gleichgewichts: erstens, dass der auf dem Stempel lastende äussere Druck gleich dem Druck der gesättigten Dämpfe für die gegebene Temperatur ist; zweitens, dass bei der Vergrößerung (resp. Verkleinerung) des Dampfraumes der Dampfdruck nicht grösser (resp. kleiner) wird, als der äussere Druck. Der Druck kann also bei der Vergrößerung des Dampfraumes entweder constant bleiben oder kleiner werden. Auf Grund dieses Satzes können wir nun die Beziehung zwischen der Zusammensetzung der Flüssigkeit und der des Dampfes aufstellen.

Erster Fall. Die Dampfspannungcurve steigt, $ds/dp > 0$, wo s die Spannkraft, p der Procentgehalt der Flüssigkeit A im Gemische ist. Dabei sei der Dampfraum zunächst unendlich klein gedacht. Wenn dann derselbe vergrößert wird, so muss $s \geq s'$, folglich $p \leq p'$, oder wenn A und B die gegebenen Mengen der Flüssigkeiten sind, so muss $A/B \geq A'/B'$, wo A' und B' die Flüssigkeitsmengen nach der Vergrößerung des Dampfraumes, oder $A/B \leq A - a/B - b$, wo a und b die Mengen der Flüssigkeiten in Dampfform, folglich $A'/B' \leq a/b$.

Zweiter Fall. Hat man eine fallende Curve ($ds/dp < 0$), so muss:

$$\frac{A'}{B'} \leq \frac{a}{b} \text{ sein.}$$

Dritter Fall. Geht nun ds/dp von > 0 zu < 0 , oder umgekehrt über, so muss an der Stelle, wo es Null wird:

$$\frac{A'}{B'} = \frac{a}{b}$$

sein. Folglich: Jede Mischung, der ein Minimum oder Maximum der Spannkraft entspricht, hat — bei der betreffenden Temperatur — dieselbe Zusammensetzung, wie ihr Dampf. Hieraus ergibt sich, dass die Flüssigkeitsgemische, bez. ihrer Destillation in drei scharf unterschiedene Gruppen zerfallen.

A. Gemische, deren Spannungscurve weder ein Minimum, noch ein Maximum besitzt. Bei ihnen braucht kein Mischungsverhältniss zu existiren, dessen Zusammensetzung mit der seines Dampfes identisch ist. Existirt es thatsächlich nicht — und dies zeigt die Erfahrung (s. u.) — so wird sich bei dem Verdampfen die Zusammensetzung fortwährend ändern, und folglich ändert sich auch fortwährend bei constant gehaltener Temperatur die Spannkraft, bei constantem äusserem Druck die Siedetemperatur: es gibt kein constant siedendes Gemisch. Von welchem Mischungsverhältnisse man auch ausgehen möge; das Endresultat einer fortgesetzten (wiederholten) Destillation ist stets, dass die Flüssigkeit von höherer Spannung rein übergeht, die von kleinerer Spannung rein zurückbleibt.

B. Gemische, deren Spannungscurve ein Maximum besitzt. Bei der Verdampfung unter constanter Temperatur bleibt eine Flüssigkeit zurück, deren Spannkraft und Zusammensetzung sich von der des Maximums entfernt. Der zuerst gebildete Dampf liegt folglich näher am Maximum. Umgekehrt: bei constantem Druck, bei der Destillation, entfernt sich der Rückstand von der Zusammensetzung, die zur minimalen Siedetemperatur gehört. Das erste Destillat nähert sich ihr. Daraus folgt: erstens, destillirt man diese erste Portion nochmals und fährt mit den successiven Destillaten in derselben Weise fort, so erhält man endlich ein Destillat von minimaler Siedetemperatur, und dies ist ein constant siedendes Gemisch. Zweitens, destillirt man das Gemisch

weiter, so erhält man endlich einen Rückstand, der nur noch eine der beiden Flüssigkeiten enthält. Welche dies ist, hängt von der ursprünglichen Zusammensetzung der Mischung ab. Sie ist dadurch bestimmt, dass die letztere zwischen ihr und der Mischung mit maximaler Spannkraft liegt. Unter den von mir untersuchten Flüssigkeiten gehören zu dieser Gruppe Propylalkohol und Buttersäure. Dass der erstere, mit Wasser im Verhältniss 77 zu 23 (ungefähr) gemischt, ein constant siedendes Gemisch bildet, ist bereits seit lange bekannt. Derselben Zusammensetzung entspricht das Maximum in der Spannungscurve.

Die Destillation der mit Wasser gemischten Buttersäure habe ich selbst untersucht. Eine Mischung von etwa 17% Säuregehalt begann bei 99,8° zu sieden. Das zuerst übergehende Destillat enthielt circa 20% Buttersäure, eine spätere Probe nur noch circa 14% (bei 99,9°) endlich stieg die Temperatur bis 100° und gleichzeitig wurde aus dem Rückstand durch Chlornatrium keine Buttersäure abgeschieden. Derselbe bestand also bereits nach der ersten Destillation aus fast reinem Wasser, obwohl die Siedetemperatur des letzteren 63° unter der der Buttersäure (163°) liegt. Um die Mischung von maximaler Spannung zu erhalten, wurde der Process wiederholt, in dem jedesmal die erste Hälfte des Destillats der neuen Destillation unterworfen wurde. Bei der dritten Destillation gingen bereits $\frac{9}{10}$ der Flüssigkeit mit constanter Zusammensetzung von 25% Säuregehalt und bei der constanten Temperatur 99,5° über.

Es wurde ferner ein Gemisch von ca. 40% Säuregehalt der Destillation unterworfen. Die Temperatur stieg von 99,6 bis 163°, und der Rückstand bestand aus reiner Buttersäure.

C. Gemische, deren Spannungscurven ein Minimum besitzen. Aus Ueberlegungen, die den vorstehenden ganz ähnlich sind, folgt, dass nach fortgesetzter Destillation der Rückstand endlich die Zusammensetzung von minimaler Spannkraft hat, das endliche Destillat aber, wenn man, wie oben, stets die zuerst übergehende Portion der neuen Destillation unterwirft, aus derjenigen ungemischten Flüssigkeit be-

steht, die mit der ursprünglichen Mischung auf derselben Seite der Minimalmischung liegt. Dies ist der Fall bei der Ameisensäure, welche, wie bereits oben angegeben, nach Roscoe im Verhältniss von 77,5° mit 22,5% Wasser gemischt bei 107,1° C. siedet. Dieses Mischungsverhältniss entspricht dem Minimum der Spannkraft.

In der folgenden Tabelle habe ich alle anderen mir bekannten constant siedenden Gemische nebst ihren Siedetemperaturen und denen ihrer Bestandtheile zusammengestellt.

Zusammensetzung des Gemisches	Siedetemperatur d. ersten Best.	Siedetemperatur d. zweiten Best.	Siedetemperatur d. Gemisches
HCl, H ₂ O	< - 20°	100°	110°
HBr, H ₂ O	< - 20	100	126
HJ, H ₂ O	< - 20	100	127
H ₂ CO ₃ , H ₂ O	99,9	100	107,1
HCl, $\left. \begin{smallmatrix} \text{CH}_3 \\ \text{CH}_3 \end{smallmatrix} \right\} \text{O}^1)$. .	< - 20	- 21	- 2
HNO ₃ , H ₂ O	86	100	120,5
C ₆ H ₆ O, H ₂ O	97,4	100	85,5
C ₆ H ₆ O, CS ₂ ²⁾	78,3	48	43

Es zeigt sich, dass bei allen die Siedetemperatur des Gemisches entweder grösser oder kleiner, als die jedes Bestandtheiles ist, d. h. dass ihre Spannungscurven sämmtlich ein Minimum oder ein Maximum besitzen. Die bis jetzt vorliegenden Erfahrungen führen demnach zu dem Satz, dass die Existenz eines solchen Punktes nicht nur die ausreichende, sondern auch die nothwendige Bedingung für das Vorhandensein eines constant siedenden Gemisches bildet. Man hat diesen Gemischen früher eine einfache moleculare Zusammensetzung zugeschrieben und sie als Hydrate bezeichnet. Doch hat schon Roscoe³⁾ gezeigt, dass sich ihre Zusammensetzung mit dem Druck ändert, unter welchem sie destillirt werden.

1) Friedel, Bull. Soc. Chim. 24. p. 160. 1875.

2) Berthelot, Compt. rend. 67. p. 430. 1868.

3) Roscoe, Jahresber. f. Ch. p. 235. 1862. — Lieb. Ann. 112. p. 327. 1859 u. 116. p. 203. 1860.

Dasselbe ergeben meine Beobachtungen für die Buttersäure. Es ist demnach unmöglich, dass diese Gemische im allgemeinen nach einfachen molecularen Verhältnissen zusammengesetzt sind.

Phys. Inst. d. Univ. Strassburg i. E., Juli 1881.

V. *Ueber eine electrodynamische Wage;* *von H. Helmholtz.¹⁾*

Um die durch die Veränderungen der Richtung und Intensität des Erdmagnetismus verursachten Störungen bei der Messung galvanischer Ströme durch ihre electromagnetische Wirkung zu vermeiden, habe ich mich bemüht eine electrodynamische Wage zu construiren. An den Enden des Balkens einer kleinen chemischen Waage habe ich statt der Schalen zwei Spiralen von Kupferdraht aufgehängt, deren Höhe ihrem inneren Durchmesser gleich ist. Ihre Axe ist vertical, sie können sich um dieselbe nicht drehen. Zwei grössere, ebenso hohe Spiralen von grösserem Radius werden in einer festen Stellung von einem horizontalen Metallstabe gehalten, der in seiner Mitte an der die Wage tragenden Säule befestigt ist. Die Verbindungen der Drähte sind derart angeordnet, dass die eine der beweglichen Spiralen von der festen angezogen, die andere abgestossen wird. Beide feste Spiralen liegen etwas oberhalb der beweglichen. Die angezogene Spirale hebt sich, die abgestossene sinkt beim Durchleiten des Stromes durch den Schliessungskreis.

Bei der Construction einer solchen Wage sind zwei Schwierigkeiten zu überwinden. Erstens muss der Strom in die beweglichen Spiralen ohne Verminderung ihrer Beweglichkeit und ohne Einführung schwach aneinander gepresster Contactstellen, wodurch der Widerstand verändert würde, eingeführt werden. Diese Schwierigkeit liess sich in sehr befriedigender Weise durch Anwendung von Rauschgold beseitigen. Etwa 30 cm lange und 6—7 mm breite Streifen hiervon sind

1) Aus Proceedings of the London Roy. Soc. 1881. April 7.

sehr biegsam, zeigen keine innere Reibung, haben einen sehr mässigen Leitungswiderstand und werden infolge ihrer relativ grossen Berührungsfläche mit der Luft nicht leicht erhitzt. Jede der beweglichen Spiralen wurde mit den anderen den Strom leitenden Drähten durch zwei solche Streifen verbunden, welche von den am oberen Theil des Glaskastens der Wage befestigten Messingstücken herunterhängen.¹⁾

Die zweite Schwierigkeit ist die Spiralen in eine solche Lage zueinander zu bringen, dass weder die Stabilität noch die Empfindlichkeit der Wage beeinträchtigt wird. Hierzu darf die Intensität der electrodynamischen Kraft während der gewöhnlichen kleinen Schwingungen der Wage sich nicht zu sehr ändern. Diese Kraft ist bekanntlich Null, wenn die Mitte der beweglichen Spirale in einer Höhe mit der der festen liegt, sodann bei unendlicher Entfernung beider Spiralen von einander. Zwischen beiden Lagen existirt ein Maximum der Kraft, welches nahezu der Coincidenz der oberen Fläche der einen mit der unteren Fläche der anderen Spirale entspricht. Zwischen der centralen Lage und den Lagen der Maximalwirkung ist der Differentialquotient der Kraft bei wachsendem Abstand der Mittelpunkte der Spiralen positiv und wird bei Ueberschreitung der Lage der Maximalwirkung negativ. Bei unendlicher Entfernung wird er wieder Null. Zwischen der Lage der Maximalwirkung und der unendlichen Entfernung muss es also eine Lage geben, wo der negative Differentialquotient der Kraft ein Maximum hat, und der zweite Differentialquotient Null ist. Diese Lage muss man den Spiralen geben. Da stets der Abstand des einen Spiralenpaares um ebenso viel vermindert wird, wie der des anderen vermehrt wird, so hängt die Veränderung der Kraft nur vom zweiten Differentialquotienten ab. Ist derselbe positiv, so erzeugt der Strom ein labiles Gleichgewicht; ist er negativ, so wird die Stabilität der

1) Solche Streifen von Rauschgold, durch welche ein Strom geleitet wird, und die zwischen die Magnetpole gehängt werden, können sehr gut zur Demonstration der Wirkung des Magnets auf bewegliche Leiter dienen. Sie werden angezogen, abgestossen, gegen die Schwere gehoben, oder in Spiralen um den Magnet gewickelt, je nach der Lage des letzteren.

Wage vermehrt; d. h. sie ist mit Strom weniger empfindlich als ohne Strom. Werden die Spiralen auf die richtige Entfernung gebracht, so wird weder die Empfindlichkeit noch die Stabilität der Wage geändert, und auf diese Weise kann man die richtige Stellung finden.

Ist der Apparat gut eingestellt, so ist der Fehler, welcher bei der Einstellung der Wage gemacht werden kann, nicht grösser als ein Milligramm. Da die durch den Strom ausgeübte Kraft dem Quadrat der Intensität proportional ist, so bestimmt man die Intensität eines Stromes, welcher durch ein Gramm äquilibrirt wird, bis auf $\frac{1}{2000}$. Die Kraft, welche der electrodynamischen Kraft entgegenwirkt und sie misst, ist allein die Schwere und keinen Schwan- kungen unterworfen, wie der Erdmagnetismus oder die Elasticität eines gedrehten einfachen oder bifilaren Drahtes, an welchem solche Spiralen aufgehängt sind.

Die Bestimmungen der electrodynamischen Aequivalente des einem Gegengewicht von 1 g entsprechenden Stromes, welche durch verschiedene Beobachter während des letzten Jahres angestellt wurden, haben eine sehr befriedigende Uebereinstimmung ergeben.

VI. Ueber die Aenderung der thermoelectrischen Stellung des Eisens und des Stahls durch Magnetisirung; von V. Strouhal und C. Barus.

Es liegen bereits viele Thatsachen vor, welche beweisen, dass die Molecularstructur des Eisens und des Stahls durch Magnetisiren eine je nach der Magnetisierungsrichtung im allgemeinen verschiedene Aenderung erfährt, und dass infolge dessen auch alle durch die Molecularstructur bedingten Eigenschaften, wie das thermische und galvanische Leitungsvermögen und das thermoelectrische Verhalten des Eisens und des Stahls, ebenfalls geändert werden. In Betreff des galvanischen Leitungsvermögens sind die Versuche von Beetz ¹⁾ als diejenigen hervorzuheben,

1) Beetz, Pogg. Ann. 128. p. 202. 1866.

welche gegenüber den vielen früheren, einander zum Theil widersprechenden Versuchen anderer Beobachter¹⁾ entscheidende Resultate auf diesem Gebiete geliefert haben, und zwar in dem Sinne, dass bei longitudinal magnetisirten Drähten eine Zunahme des Widerstandes (von etwa 0,03 bis 0,06 Proc.) eintritt, dass dagegen bei transversal magnetisirten Drähten eine Widerstandsänderung (die grösser wäre als etwa 0,0005 Proc.) nicht nachweisbar ist. In Betreff des thermoelectrischen Verhaltens müssen noch die ersten und zugleich die einzigen über diese Frage angestellten Versuche von Thomson²⁾ als massgebend hingestellt werden, aus welchen eine Aenderung in dem Sinne sich ergibt, dass ein longitudinal magnetisirter Draht electropositiver, ein transversal magnetisirter electronegativer wird, so dass also der Thermostrom durch heiss vom unmagnetischen zum longitudinal magnetischen, beziehungsweise vom transversal magnetischen zum unmagnetischen Drahte fliesst.

Diese Thatsachen werden von besonderer Wichtigkeit bei Beurtheilung der Frage, in wie fern man das Maass für den Härtegrad des Eisens und des Stahls, das wir für den unmagnetischen Zustand der Drähte angewandt haben³⁾, auch auf den magnetischen Zustand derselben ausdehnen darf. Wenn der Härtegrad eines Drahtes durch seinen galvanischen Widerstand und seine thermoelectrische Stellung gemessen werden soll, und wenn durch Magnetisiren diese beiden Eigenschaften sich beträchtlich ändern würden, wobei doch der Härtegrad keine Aenderung erfährt, so müsste man wohl eine solche Wahl des Maasses für nicht zweckmässig erklären oder wenigstens zwischen den beiden Zuständen, dem magnetischen und unmagnetischen, streng unterscheiden.

Was zunächst den transversalen Magnetismus betrifft, so ist derselbe nach den Beobachtungen von Beetz

1) Eine Zusammenstellung und theilweise Kritik dieser Versuche enthält G. Wiedemann, *Galv.* 2, a. p. 586.

2) W. Thomson, *Phil. Trans.* 3. p. 722. 1856.

3) Strouhal u. Barus, *Wied. Ann.* 11. p. 930. 1880.

auf den galvanischen Leitungswiderstand ohne Einfluss. Da sonst die thermoelectrische Stellung in der Veränderlichkeit gleichen Schritt hält mit dem galvanischen Leitungsvermögen, so sollte man erwarten, dass auch das thermoelectrische Verhalten durch den transversalen Magnetismus keine Aenderung erfährt, und dass somit die Beobachtungen Thomson's vielleicht auf andere Ursachen zurückzuführen wären.

Praktisch wichtiger als der transversale ist der longitudinale Magnetismus. Der Einfluss einer longitudinalen Magnetisirung auf den Leitungswiderstand ist indessen nach den Beobachtungen von Beetz doch nur ein sehr kleiner, indem er im ungünstigsten Falle etwa ein halbes Zehntel Procent beträgt und beim Stahl wahrscheinlich noch kleiner als beim Eisen ist. Auf den Härtezustand übertragen, würde diese Veränderung einem so geringen Unterschied im Härtegrade entsprechen, dass derselbe praktisch kaum von Bedeutung ist. Man kann somit, trotzdem dass der Leitungswiderstand eines Stahldrahtes durch longitudinale Magnetisirung sich ändert, denselben doch als Maass des Härtezustandes beibehalten, da eben diese Aenderung von nur sehr geringem Betrage ist.

Was das thermoelectrische Verhalten betrifft, so ist folgender Umstand besonders hervorzuheben. Bei Veränderungen des Härtezustandes eines Stahldrahtes ändert sich sein Leitungswiderstand und seine thermoelectrische Stellung gleichzeitig, und zwar in dem Sinne, dass bei wachsendem Widerstande der Draht thermoelectrisch negativer wird. Es ist bemerkenswerth, dass beim Magnetisiren eine Veränderung im entgegengesetzten Sinne eintritt, indem durch Magnetisirung der Widerstand des Drahtes (nach Beetz) zunimmt, der Draht selbst dagegen (nach Thomson) electropositiver wird. Mit anderen Worten: Bei Unterschieden im Härtezustande fliesst der Thermostrom heiss vom schlechter leitenden zum besser leitenden Drahte, dagegen bei Unterschieden im magnetischen Zustande umgekehrt vom besser leitenden zum schlechter leitenden.

Dieses auffallende Verhalten einerseits, sowie noch mehr

der Umstand, dass Thomson's Versuche bloss qualitativ gewesen, für uns dagegen quantitative Angaben über den Betrag der Veränderung der thermoelectrischen Stellung durch Magnetisirung sehr erwünscht waren, veranlasste uns, eine Wiederholung des Thomson'schen Versuches anzustellen.

Ein ausgeglühter Eisendraht, etwa 0,8 mm dick und 400 mm lang, mit seinen beiden Enden an Kupferdrähte angeklemt, wurde sammt einem der beiden Kupferdrähte durch eine Magnetisirungsspule gesteckt und in deren Axe befestigt. An beiden Seiten der Spule, in möglichster Nähe derselben, befanden sich zwei doppelt tubulirte, mit Petroleum gefüllte Ballons, in denen die beiden Endstellen des Drahtes auf verschiedene Temperaturen t und T gebracht wurden. Im übrigen war die Anordnung des Versuchs, sowie die Beobachtungsmethode dieselbe wie bei unseren früheren thermoelectrischen Bestimmungen¹⁾, und es möge deshalb zur Vermeidung weitläufiger Beschreibungen dahin verwiesen werden.

Die Magnetisirungsspule, 223 mm lang, enthielt 10 Lagen von je etwa 55 Windungen eines nahe 3 mm dicken Kupferdrahtes.

Als Stromquelle wurde eine Siemens'sche dynamoelectrische Maschine angewandt. Die Stromstärke, an einer Tangentenbussole gemessen, ergab sich bei den angewandten Widerständen im Mittel als:

$$i = 312 \frac{\text{mm}^{1/2} \text{mg}^{1/2}}{\text{sec}}.$$

Bezeichnet bei einer Magnetisirungsspirale a die halbe Länge, r den Halbmesser einer Windungslage, n die Anzahl der Windungen, und ist ferner b die halbe Länge des zu magnetisirenden Drahtes, so berechnet sich die magnetische Scheidekraft X_b einer Windungslage auf den äussersten Punkt (im Abstände b von der Mitte) des Eisendrahtes als:

$$X_b = \frac{\pi n i}{a} \left[\frac{a + b}{\sqrt{(a + b)^2 + r^2}} + \frac{a - b}{\sqrt{(a - b)^2 + r^2}} \right]$$

1) Strouhal u. Barus, Ueber Anlassen des Stahls. Würzburg 1880.

und die *mittlere* Scheidekraft X einer Windungslage auf den ganzen Eisendraht als:

$$X = \frac{\pi n^2}{ab} [V(a+b)^2 + r^2 - V(a-b)^2 + r^2].$$

Für unsere Spule ergibt die Rechnung, für alle Windungslagen ausgeführt, die Zahlen:

$$\sum X_b = 350 \frac{\text{mg}^{1/2}}{\text{mm}^{1/2} \text{ sec}}, \quad \sum X = 5280 \frac{\text{mg}^{1/2}}{\text{mm}^{1/2} \text{ sec}}.$$

Diese Zahlen berechtigen wohl zu der Annahme, dass der Eisendraht dem Zustande der vollen magnetischen Sättigung wenigstens sehr nahe gewesen.¹⁾

Die Bestimmung des magnetischen Einflusses auf die thermoelectrische Stellung des Eisendrahtes geschah nun in der Weise, dass zuerst eine Beobachtungsreihe ohne Strom, dann mit Strom, dann wieder zur Controle ohne Strom ausgeführt und jedesmal fünf Bestimmungen der thermoelectrischen Kraft e (im compensirten Zustande, Einheit Siemens-Weber) angestellt wurden. Die Drahtleitung vom Beobachtungszimmer zum Thermoelement bestand aus Kupferdraht einer und derselben Sorte, sodass in dieser Leitung ein Auftreten fremder electromotorischer Kräfte nicht zu befürchten war. Das Thermoelement mit der magnetisirenden Spule befand sich in einem vom Beobachtungszimmer sehr entfernten Locale, sodass ein directer Einfluss der Magnetisirungsspule auf das sehr empfindliche Sauerwald'sche Galvanoskop,

1) Die grösste mittlere Scheidekraft, welche Ruths (Ueber den Magnetismus weicher Eisencylinder. Dortmund 1876. Beibl. 1. p. 65) bei seinen Untersuchungen über das Verhalten des temporären Magnetismus angewandt hat, war $X = 400$ bei Eisendrähten und $X = 1470$ bei Stahldrähten. Die Drähte befanden sich dabei im homogenen magnetischen Felde. Letzteres war bei unserer Anordnung nicht der Fall, indem die magnetische Scheidekraft für den äussersten Punkt des Eisendrahtes 350, für den mittleren Punkt dagegen 9400 gewesen ist. Gegenüber diesen grossen centralen Kräften und der grossen durch sie bedingten magnetischen Induction erscheint jedoch die obige Annahme der genäherten magnetischen Sättigung auch für den äussersten Punkt des Eisendrahtes nicht unbillig.

an welchem die Compensation des Thermoelements durch einen Zweigstrom des Daniell'schen Elementes beobachtet wurde, nicht nachweisbar war.

Im Folgenden sind die Resultate der erwähnten drei Beobachtungsreihen zusammengestellt. Der Berechnung der electromotorischen Kraft e aus den Temperaturen T und t wurde die Formel:

$$e = a(T - t) + b(T^2 - t^2)$$

zu Grunde gelegt. Nach dieser wurden bei der I. und III. Reihe die Constanten a und b ermittelt und aus den Mittelwerthen derselben für das Element: Kupfer — unmagnetisches Eisen wurden bei der II. Reihe für die Beobachtungstemperaturen T und t diejenigen Werthe von e berechnet, welche dem unmagnetischen Eisendraht entsprechen würden. Diese Werthe sind in der Zusammenstellung in Klammern den wirklich beobachteten beigefügt.

	t	T	$e \cdot 10^3$ beobachtet	$e \cdot 10^3$ berechnet	Diff.	
I. Draht unmagnetisch	15,5	71,9	5,938	5,937	+ 1	
	15,4	60,1	4,810	4,824	- 14	$a \cdot 10^5 = 12,484$
	15,3	50,0	3,839	3,824	15	
	15,3	39,7	2,755	2,745	10	$b \cdot 10^7 = -2,24$
	15,2	31,0	1,803	1,809	- 6	
II. Draht magnetisch	15,1	83,6	7,097	(7,045)	52	
	15,0	72,5	6,093	(6,058)	35	
	15,0	58,2	4,725	(4,689)	36	
	15,0	46,2	3,500	(3,470)	30	
	14,9	35,9	2,416	(2,384)	32	
III. Draht unmagnetisch	14,8	90,8	7,724	7,708	16	
	14,8	79,3	6,694	6,707	- 13	$a \cdot 10^5 = 12,487$
	14,8	67,8	5,644	5,645	- 1	
	14,7	54,0	4,303	4,307	- 4	$b \cdot 10^7 = -2,22$
	14,7	45,4	3,428	3,423	5	

Die Vergleichung der beobachteten electromotorischen Kräfte: Kupfer-Eisen magnetisch mit den aus den Constanten a und b berechneten Kräften: Kupfer-Eisen unmagnetisch ergibt eine Bestätigung der Beobachtungen von W. Thomson. Ein longitudinal magnetischer Eisendraht ist thermoelectrisch positiver als ein unmagnetischer.

Indessen sind die Abweichungen verhältnissmässig gering und gehen bei den angewandten Temperaturen in diejenigen Decimalstellen ein, welche auch schon durch Beobachtungsfehler theilweise beeinflusst werden. Mit Rücksicht auf diesen Umstand würden sich die Constanten des Thermoelements unmagnetisches — magnetisches Eisen aus den vorliegenden Beobachtungsreihen nicht mit befriedigender Sicherheit ableiten lassen.

Wir haben deshalb noch andere Beobachtungen bei grösseren Temperaturdifferenzen in der Weise angestellt, dass die Temperaturen t und T möglichst constant gehalten und die thermoelectrische Kraft e abwechselnd bei geschlossenem und unterbrochenem Strome bestimmt wurde. Wenn bei unterbrochenem Strome bei passender Wahl der Widerstände der Thermostrom durch einen Zweigstrom des Daniell'schen Elementes compensirt wurde, und somit das Spiegelgalvanometer keinen Ausschlag ergab, so zeigte sich bei geschlossenem Strome sofort ein bleibender Ausschlag des Spiegelgalvanometers, und zwar im Sinne einer Zunahme des Thermostromes. Dass man es hier mit wirklichen Aenderungen der thermoelectrischen Stellung zu thun hatte und nicht etwa mit anderen Einflüssen, welche jenen Ausschlag bedingt hätten, dafür stimmt der quantitativ regelmässige Verlauf der Abweichungen bei Anwendung verschiedener Temperaturen T . Als solche wurden gewählt die Siedetemperaturen von Wasser und Anilin und die Schmelztemperatur von Blei.

Im Folgenden sind die Mittelwerthe angeführt, wie sie sich bei den drei angewandten Temperaturen aus vielen abwechselnd vorgenommenen Beobachtungen bei offenem und geschlossenem Strom ergeben haben. Für die Differenzen der electromotorischen Kraft e bei offenem und geschlossenem Strome sind auch die Constanten a und b des Elementes unmagnetisches — magnetisches Eisen berechnet.

Die Variation der thermoelectrischen Constante a des Eisens durch Magnetisirung beträgt somit 0,037. Nun erreicht die Variation dieser Constante beim Stahl durch Härten und Ausglühen den Werth 13,5.

	t	T	$e \cdot 10^3$ beobachtet	$e \cdot 10^3$ berechnet	Diff.	
I. Draht	16,5	99,2	8,26	8,28	-2	$a \cdot 10^5 = 13,05$
ummagnetisch	15,4	184,0	13,22	13,17	+5	$b \cdot 10^7 = -2,62$
	17	328	12,35	12,40	-5	
II. Draht	16,5	99,2	8,30	8,32	-2	$a \cdot 10^5 = 13,08$
magnetisch	15,4	184,0	13,34	13,28	+6	$b \cdot 10^7 = -2,61$
	17	328	12,62	12,67	-5	
Element:						
ummagnet. —	16,5	99,2	0,042	0,044	-2	$a \cdot 10^5 = +0,037$
magnetisches	15,4	184,0	0,119	0,111	+8	$b \cdot 10^7 = +0,015$
Eisen	17	328	0,267	0,272	-5	

Also selbst in dem Falle, dass sich Stahl betreffs Magnetisirung quantitativ gleich verhalten würde — was jedoch nach Thomson's Beobachtungen nicht der Fall ist — würde die Variation durch Magnetisirung gegenüber der Gesamtvariation durch Härtung nur den verhältnissmässig kleinen Betrag von wenigen Zehntelprocenten bei vollständiger magnetischer Sättigung erreichen. Falls es sich — wie praktisch immer — nur um den permanenten Magnetismus handelt, ist dieser Betrag noch beträchtlich kleiner, sodass gegen die Anwendung der thermoelectrischen Constante als Maass des Härtezustandes auch für magnetische Drähte kein Bedenken entsteht. Immerhin bleibt es bemerkenswerth, dass in der That der Thermostrom bei magnetischen Unterschieden in entgegengesetztem Sinne fliesst als bei Härteunterschieden, nämlich vom besseren zum schlechteren Leiter, was wohl die Verschiedenartigkeit der die Erscheinung bedingenden Ursachen charakterisirt.

Würzburg, Physikal. Inst., 10. Juni 1881.

**VII. *Der Kreisprocess, erzeugt durch den Reactionsstrom der electrolytischen Ueberführung und durch Verdampfung und Condensation;*
von James Moser.**

(Aus den Nova Acta der k. Leop.-Carol.-Deutsch. Acad. der Naturforsch.
Bd. 41. Th. I. Nr. 1; mitgetheilt vom Hrn. Verf.)

§ 1. Der Reactionsstrom der Ueberführung.

Zur Erlangung einer klaren Uebersicht über das Gebiet der electromotorischen Kräfte der galvanischen Ketten ist vor allem die Frage zu stellen und zu beantworten, inwieweit die electromotorische Kraft einer Kette chemischer Anziehungskraft und inwieweit der Anziehungskraft zwischen dem Wasser und den darin gelösten Verbindungen entspricht. Indem ich letztere beiden Kräfte einander gegenüber stelle, folge ich der gegenwärtigen Auffassung, die zwar beide Kräfte gemeinsam als Ursache von thermischen und electricen Wirkungen, von Volumenänderungen u. s. w. betrachtet, aber unterscheidet zwischen chemischer Anziehungskraft einerseits, welche die verschiedenen Elemente nach dem Gesetz der multiplen Proportionen verbindet, und der Anziehungskraft andererseits, welche die gelösten Substanzen gleichmässig im Wasser in beliebiger Proportion vertheilt.¹⁾

Die Aufgabe ist also, die Wirkungen dieser beiden Kräfte zu trennen. Es ist entweder eine galvanische Kette herzustellen, in welcher nur chemische Anziehungskraft, oder eine Kette, in welcher nur die Anziehungskraft zwischen dem Wasser und den gelösten Substanzen stromerzeugend wirkt.

Beobachtungen an Ketten der letzteren dieser beiden Arten will ich zunächst mittheilen. In der vorliegenden Abhandlung jedoch wird nur von Ketten, in welchen gar keine chemischen Differenzen bestehen, und erst in einer folgenden

1) Diese Gegenüberstellung zeigt, wie misslich die gegenwärtige Annahme einer Verschiedenheit der beiden Kräfte ist. Die Frage nach der Einerleiheit derselben, welche mit der vielfach erörterten nach der Existenz constanter Hydrate in wässrigen Lösungen zusammenfällt, ist jedoch noch durch Versuche zu entscheiden.

von Ketten, in denen die Wirkungen vorhandener chemischer Differenzen sich aufheben, die Rede sein.

Bei der Herstellung einer Kette, in welcher nur die Anziehungskraft zwischen dem Wasser und der gelösten Substanz die treibende Kraft ist, waren also alle chemischen Processe auszuschneiden. Es durften nur Verschiedenheiten der Concentration vorhanden sein oder Aenderungen derselben während des Stromes eintreten. Ebenso mussten zur Eliminirung aller chemischen Wirkungen die Electroden aus demjenigen Metall bestehen, welches sich in der Lösung befand.

Zwei Gläser mit verschiedenen concentrirten Lösungen desselben Salzes wurden durch einen Heber verbunden und durch eine metallische Leitung mit den eben erwähnten Electroden der Kreis geschlossen. Dann beobachtete ich in allen untersuchten Fällen, bei Zink-, Kupfer-, Eisen-, Silbersalzen, der Schwefel-, Salz-, Salpeter-, Essigsäure und vielen anderen, dass die Anziehungskraft zwischen dem Salz und dem Wasser allein und ganz analog der von ihr immer getrennt betrachteten chemischen Anziehungskraft einen Strom erzeugt, der gesetzmässig, in allen Fällen übereinstimmend, in der Flüssigkeit von der verdünnteren zur concentrirteren Lösung geht.¹⁾ Sein Schema ist:

Zn, verdünntes ZnSO_4 , concentrirtes ZnSO_4 , Zn.

Dieser Strom, der in der verdünnten Lösung Metall auflöst, in der concentrirten ausscheidet, dessen Arbeit darin besteht, dass die Concentrationen sich ausgleichen, verschwindet, wenn eine Gleichmässigkeit der Concentration erreicht ist. Er ist aufzufassen als Reactionsstrom gegen die Ueberführung der Ionen, wie der Polarisationsstrom Reactionsstrom gegen den Zersetzungsstrom ist. Denn wird irgend ein Salz electrolysirt, so wird immer die Lösung an der Anode concentrirter, an der Kathode verdünnter. Meine Versuche ergeben, dass dann eine electromotorische Kraft auftritt, welche der der electrolysirenden Batterie entgegenwirkt.

Schon 1804, also 29 Jahre vor Faraday's Entdeckung der Ueberführung, hat C. F. Buchholz „eine merkwürdige

1) Vorläufige Mittheilung dieses Stromes. Naturf. Vers. München Sept. 1877. Berl. Monatsber. 8. Nov. 1877.

Absonderung von Zinn in regulinischer Gestalt aus seiner Auflösung in Salzsäure¹⁾, auf welche er Wasser gegossen hatte, beobachtet, die durch den Strom bewirkt war, welcher, wie ich eben zeigte, der Reactionsstrom gegen die Wanderung der Ionen ist.

Was die weitere Literatur dieses Gegenstandes betrifft, so kann ich mich darauf beschränken, auf Hrn. G. Wiedemann's Galvanismus und ausserdem auf die Arbeit des Hrn. Bleekrode²⁾ und auf die des Hrn. Paalzow³⁾ zu verweisen.

Im allgemeinen durch Concentrationsunterschiede erzeugte Ströme werde ich im Folgenden kurz Concentrationsströme nennen.

Die electromotorischen Kräfte der Reactionsströme der Ueberführung, welche ich bis zu einem Fünftel Daniell beim Zinkchlorid beobachtete, mass ich nach dem von Hrn. E. du Bois-Reymond abgeänderten Poggendorff'schen Compensationsverfahren.

Bei meiner Versuchsanordnung (Taf. I Fig. 5) lieferte den Hauptstrom, dessen Zweigstrom das eine Mal die electromotorische Kraft der Concentrationskette, das andere Mal $\frac{1}{91}$ der eines constanten Zink-Kupfer-Elementes compensirte, ein gewöhnliches Daniell'sches Element, *D*. Um dieses, wenn nicht gemessen wurde, leicht auseinander nehmen zu können, waren neben dasselbe zwei leere Gläser gestellt, eins für die Thonzelle, das andere für den Zinkcylinder bestimmt.

Von dem Kupferpole dieses Elementes *D* ging der Hauptstrom zunächst durch den Brückendraht *ab* und dann durch den Schlüssel *S_D*, mittelst dessen dieser Hauptstrom geschlossen und geöffnet werden konnte, zum Zinkpole des Daniell zurück.

Der Brückendraht bestand, um feinere Ablesungen an ihm machen zu können, aus Kupfer. Waren sehr kleine electromotorische Kräfte zu beobachten, sodass nur ein sehr kleiner Theil des Daniell zur Compensation erforderlich war,

1) C. F. Buchholz, Gehlen's Journ. 3. 1804.

2) Bleekrode, Pogg. Ann. 142. p. 611. 1871.

3) Paalzow, Pogg. Ann. Jubelbd. p. 643. 1874.

dann schaltete ich ausserdem noch den Neusilberdraht bc der Brücke dadurch ein, dass ich in die Klemmschraube des Schlüssels S_D statt des nach b einen nach c führenden Leitungsdraht einfügte.

Bei grösseren Kräften wurde nur dieser Neusilberdraht angewandt und auf ihm abgelesen.

Zerlegen wir nämlich den Gesamtwiderstand W im Hauptstrome in den Theil zwischen Anfang und Ende der Nebenleitung w und den übrigen R , dann ist die electromotorische Kraft des Concentrationsstromes:

$$e = \frac{w}{w + R} D = \frac{1}{1 + \frac{R}{w}} D.$$

Soll der abzulesende Widerstand w für kleine Werthe von e gross werden, dann muss R gross sein, was durch Hinzufügung des Neusilberdrahtes erreicht wird. Für grössere Werthe von e wird der Bruch dadurch desto mehr der Einheit genähert, je grösser man w im Verhältniss zu R macht, wenn man w also statt am Kupferdraht am Neusilberdraht der Brücke abliest.

Die compensirende Nebenleitung dieses Hauptstromes beginnt am Anfange des Brückendrahtes a , geht zum Schlüssel S_G , mittelst dessen das Galvanometer G ein- und ausgeschaltet wird, zu diesem Galvanometer und wieder zum Schlüssel S_G , führt dann zum Pohl'schen Quecksilbercommutator C_P , von diesem durch die zu compensirende Kette zurück, um beim Schlitten S wieder im Brückendraht zu enden. Das Galvanometer, an dem ich beobachtete, hatte 20 800 Windungen. Je nach der Stellung des eben erwähnten Commutators C_P wurde das eine Mal die zu bestimmende electromotorische Kraft e der Concentrationskette k , das andere Mal eine bekannte electromotorische Kraft e_0 compensirt.

Diese Kraft $e_0 = \frac{1}{91}$ Daniell wurde in der Weise hergestellt, dass von der electromotorischen Kraft eines sehr constanten Zink-Kupfer-Elementes $\frac{1}{91}$ abgezweigt wurde.

In den Strom dieses Elements D_h wurde mittelst eines 99 Meilen Telegraphendraht haltenden Siemens'schen Stöpsel-

rheostaten *Rh*, ein Widerstand von 91 Meilen eingeschaltet und vom Anfang *A* bis Ende *E* einer dieser 91 Meilen ein Nebenstrom, auf welchem die Potentialdifferenz also sehr nahe $\frac{1}{91}$ Daniell betrug, abzweigt. Dieser Strom ging zum Commutator *C_p* und kehrte, durch die oben beschriebene Nebenleitung des gewöhnlichen Daniell um das Galvanometer geführt, zum Commutator und nach *E* zurück.

Bei der Concentrationskette ist darauf zu achten, dass die Electroden vor jedem Versuche gut ausgeglichen sind, sodass, wenn sie in derselben Lösung sich befinden, das Galvanometer keinen Strom anzeigt. Ich stelle solche Electroden, bei denen es darauf ankommt, dass stets dieselben Stellen von der Flüssigkeit benetzt werden, jetzt leicht auf folgende Weise her. Von einem 6 cm langen und 5 mm breiten Blechstreifen werden die mittleren 4 cm mit Wachskolophoniumkitt so überzogen, dass sie vollständig (auch an den Kanten) isolirt sind. Die beiden freien, je 1 cm langen Enden werden gut gereinigt, das eine amalgamirt und an das andere eine Klemmschraube befestigt. Zwei solche Electroden werden zunächst in ein Glas mit concentrirter Lösung des Sulfates des betreffenden Metalles gestellt und der Stromkreis geschlossen.

Damit der Strom, durch welchen sich die Electroden ausgleichen, möglichst grosse Intensität habe, muss die metallische Leitung, welche die Klemmschrauben der Electroden verbindet, kurz sein; es ist daher das Galvanometer nur während der Ablesung einzuschalten. Nachdem die Electroden in der Sulfatlösung ausgeglichen sind, werden sie abgespült, getrocknet und kommen dann erst in eine concentrirte Lösung des zu untersuchenden Salzes und aus dieser, wieder in geeigneter Weise abgespült, in die verdünnten zu untersuchenden Lösungen. Hierbei ist ihre Gleichartigkeit wiederholt zu prüfen. Die erste Ausgleicheung ist oft sehr zeitraubend; weitere oft schon in den verdünnten Lösungen erreichbar. Einmal ausgeglichene Electroden lasse ich daher nicht ungeschlossen und nicht lange in verschiedenen Salzlösungen stehen. Die Flüssigkeiten befanden sich meist in Gläsern von 5 cm Durchmesser und ebenso grosser Höhe;

in letzter Zeit habe ich auch U-Röhren von 15 mm Durchmesser und 6 cm Höhe angewandt. Als Heber empfehlen sich 10 mm weite Röhren mit engen, jedoch nicht capillaren Oeffnungen; dann kann man den gefüllten Heber emporheben, ohne das Flüssigkeit ausfließt.

In den Konzentrationsstrom ist noch ein Rühmkorffscher Stromwender C_R eingeschaltet, der indessen für die in dieser Abhandlung mitgetheilten Ströme nicht in Betracht kommt.

Nach dieser Methode und mit diesen Apparaten bestimmte ich zunächst die zehn electromotorischen Kräfte zwischen je zwei von fünf Lösungen von Zinksulfat. Ich stelle in der folgenden Tabelle diese electromotorischen Kräfte zusammen, wobei die Einheit nahe 0,001 Daniell ist.

Zinksulfat.

100 Th. Lösung enthalten $ZnSO_4 + 7H_2O$	15%	30%	45%	60%
1%	18	22	28	36
15%	—	5	13	21
30%	—	—	7	17
45%	—	—	—	9

Diese Zahlen zeigen, dass eine Spannungsreihe besteht, d. h. dass es nur auf die Concentration der Endlösungen ankommt. Denn es ist z. B. die electromotorische Kraft:

zwischen 15 und 30procentiger Lösung 5,

„ 30 „ 60 „ „ 17,

„ 15 „ 60 „ „ 21.

Dieses Gesetz einer Spannungsreihe bestätigte ich dann dadurch, dass ich beispielsweise fünf Gläser, von denen das 1., 3., 5. gleich starke Lösung von 45%, das 2. stärkere von 60%, das 4. schwächere von 15% enthielt, durch vier Heber hintereinander verband. Ich tauchte die eine Electrode in Glas 1, die zweite der Reihe nach in 2, 3, 4, 5. Beim Eintauchen dieser zweiten Electrode in Glas 2 und 4 ergaben sich jedesmal Ablenkungen, von denen die eine durch die electromotorische Kraft 9 zwischen 45- und 60procentiger Lösung, die andere Ablenkung durch die Kraft 13 zwischen 45- und 15procentiger Lösung in entgegengesetzter Richtung

hervorgerufen wurde. Beim Eintauchen der zweiten Electrode in 3 und 5 erhielt ich keinen Strom, denn die Concentrationen der Endlösungen waren gleich.

Ich will hier schon erwähnen, dass zwischen die beiden Endlösungen auch irgend ein anderes Sulfat geschaltet werden kann, ohne dass sich die electromotorische Kraft ändert.

Diese Versuche machte ich auch an einer Reihe anderer Salze. So bestimmte ich die funfzehn electromotorischen Kräfte zwischen je zwei von sechs Kupfersulfatlösungen.

Kupfersulfat.

	B.	C.	D.	E.	F.
A.	10	16	21	25	27
B.	—	6	11	15	17
C.	—	—	5	9	11
D.	—	—	—	4	6
E.	—	—	—	—	2

F war eine Lösung, die in 100 Theilen 30 Theile krystallisirten Salzes ($\text{CuSO}_4 + 5\text{H}_2\text{O}$) enthält. Von dieser Lösung waren 100 Volumentheile in E mit $33\frac{1}{3}$, in D mit 100, in C mit 300, in B mit 700, in A mit 2900 Volumentheilen Wassers versetzt.

Für Chlorzink- und für Jodcadmiumlösungen, bei denen der Gehalt an wasserfreiem Salz der concentrirtesten durch das specifische Gewicht nach den Tabellen von Hoffmann-Schädler bestimmt, und deren verdünntere durch geeignete Mischung dieser concentrirten Lösung mit Wasser hergestellt waren, ergaben sich folgende Werthe.

Chlorzink.

Anode gr ZnCl ₂ auf 100 gr H ₂ O	Kathode gr ZnCl ₂ auf 100 gr H ₂ O	El. Kraft in 0,001 D
1	3	18,1
3	5	8,8
5	10	12,1
10	15	8,0
15	20	5,5
20	25	6,2
25	50	24,5
50	75	26,8
75	100	24,7
100	125	27,9
125	150	30,6

Jodcadmium.

Anode gr CdJ ₂ auf 100 gr Wass.	Kathode gr CdJ ₂ auf 100 gr Wass.	El. Kraft in 0,001 D
1	2	4,1
2	3	3,0
3	5	4,6
5	10	6,0
10	15	4,6
15	20	3,1
20	40	10,5
40	60	8,0
60	80	7,0

Durch diese electromotorischen Kräfte ist die Arbeit der Ströme direct bestimmt.

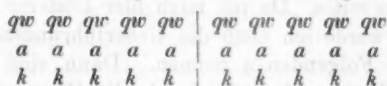
§ 2. Theorie des Kreisprocesses, erzeugt durch den Reactionsstrom der Ueberführung und durch Verdampfung und Condensation.

Die Arbeit dieser Ströme könnte indirect gemessen werden durch die Wärmewirkungen und Volumenänderungen, die sich beim Mischen verschiedener Lösungen desselben Salzes beobachten lassen.

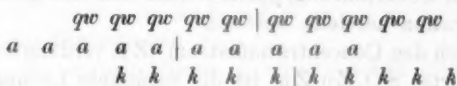
Hr. Helmholtz¹⁾ hat indessen einen Kreisprocess, bei dem die durch den Concentrationsstrom bewirkte Aenderung der ursprünglichen Concentration durch Dampfentziehung und -zuführung wieder rückgängig gemacht wird, theoretisch untersucht und so die Abhängigkeit der von mir vorher gefundenen electromotorischen Kräfte, der Hittorfschen Ueberführungszahlen und der Dampfspannungen der Salzlösungen voneinander dargestellt, während ich mich mit der Construction eines Apparates zur Ermittlung der in Betracht kommenden geringen Dampfspannungen und mit deren Messung beschäftigte.

Nach Hrn. Hittorfs Vorgange können wir uns die Wanderung der Ionen im Wasser bei einem gewöhnlichen electrolytischen Process, also etwa der Galvanoplastik, auf folgende Art veranschaulichen.

Vor der Wanderung sei die Anordnung diese:



Hierbei bezeichne a ein Aequivalent des Anions, z. B. SO_4 , k ein Aequivalent des Kations, z. B. Cu , qw die damit verbundenen q Gramm Wasser. Nachdem der electrolysirende Strom einige Zeit hindurchgeflossen, sollen sich diese a , k , qw in folgender Weise gegeneinander verschoben haben.



1) Helmholtz, Berl. Ber. 26. Nov. 1877; Wied. Ann. 3. p. 201. 1878.

Nehmen wir das Wasser als ruhend an, und fassen wir besonders die Mitte des Wassers ins Auge, dann verhält sich im obigen Beispiel die über die Mitte fortgeführte Anzahl von Aequivalenten des Kations zu der für k und a gleichen Zahl der freigewordenen Aequivalente wie $1:3$, die Zahl der in entgegengesetzter Richtung über die Mitte des Wassers geführten Aequivalente des Anions zur Zahl der frei gewordenen wie $(3-1):3 = 2:3$. Ist ein Aequivalent frei geworden, was durch die electrostatische Stromeinheit in der Zeiteinheit bewirkt wird, dann ist $\frac{1}{3}$, allgemein $\frac{1}{n}$ Aequivalent Kation und $1 - \frac{1}{3}$, allgemein $1 - \frac{1}{n}$ Aequivalent Anion übergeführt worden.

Diese Zahlen $\frac{1}{n}$ und $1 - \frac{1}{n}$ nennt Herr Hittorf Ueberführungszahlen des Kations, beziehentlich des Anions.

Für den Kreisprocess betrachten wir diese relative Bewegung von a , k , qw so, dass wir das Anion, insbesondere die Mitte von a , in Ruhe annehmen. Dann haben sich in unserem Beispiel, wenn $3k$ zur Kathode geführt sind, $2qw$ in demselben Sinne bewegt, d. h. für $1k$, $\frac{2}{3}qw$: Allgemein für jedes ausgeschiedene Aequivalent sind $(1 - \frac{1}{n})q$ Gramm Wasser zur Kathode geführt worden.

Diejenigen, welche nach Herrn Hittorf über Ueberführung gearbeitet haben, wie die Herren G. Wiedemann, F. Kohlrausch und in der eben erwähnten Abhandlung Herr Helmholtz, bezeichnen die Hittorfsche Ueberführungszahl $\frac{1}{n}$ mit n . Da ich mich hier letzterer Abhandlung anschliesse, werde ich auch die Ueberführungszahl (im Beispiel $\frac{1}{3}$) im Folgenden n nennen. Dann sind also, wenn ein Aequivalent, und zwar durch die Stromeinheit in der Zeiteinheit, ausgeschieden ist, $q(1 - n)$ g Wasser übergeführt worden.

Wir hatten oben gesehen, dass die Arbeit des Reactionsstroms der Ueberführung, welche Arbeit wir jetzt feststellen, in Ueberführung, durch welche sich eine gleichmässige Concentration herstellt, bestand.

Durch den Concentrationsstrom (Zn , verdünntes SO_4Zn , concentrirtes SO_4Zn , Zn) ist die verdünnte Lösung concentrirter, die concentrirte verdünnter geworden. Wenn wir die

ursprüngliche Ungleichheit, deren Abnahme die erhaltene Stromarbeit entspricht, wieder herstellen wollen, dann müssen wir eine dieser erhaltenen gleiche Arbeit darauf verwenden, der concentrirten, verdünnter gewordenen Lösung das zugeführte Wasser durch Verdampfen zu nehmen und dieses Wasser der verdünnten, concentrirter gewordenen, durch Condensation zurückzugeben. Denn, indem wir den concentrirteren, stark Wasser anziehenden Theilen, deren Dampf geringeren Druck, mithin grösseres Volumen hat, Dampf entziehen und diesen Dampf den verdünnteren, schwach Wasser anziehenden Theilen, deren Dampf stärkeren Druck, daher kleineres Volumen hat, zuführen, leisten wir Arbeit.

Für 1 gr Wasser beträgt diese Arbeit unter der Annahme, dass die Wasserdämpfe bei den Temperaturen der Untersuchung bis zu 30° dem Mariotte-Gay-Lussac'schen Gesetze folgen, wenn p den Druck des gesättigten Dampfes über der Lösung, V das Volumen eines Grammes Dampf bei diesem Druck bezeichnet:

$$\int_k^a V dp.$$

Die Grenzen a, k sollen andeuten, dass von der verdünnten Lösung an der Anode bis zu der concentrirten an der Kathode zu integrieren ist, welche Endlösungen — dies sei hier wiederholt — die Grösse der electromotorischen Kraft bedingen.

Für $q(1-n)$ gr Wasser, welche, wie wir oben sahen, durch die Stromeinheit übergeführt werden, beträgt diese Arbeit der Verdampfung und Condensation demnach:

$$\int_k^a q \cdot (1-n) V dp.$$

Nun ist andererseits die Arbeit des Concentrationsstromes, wie die jedes electrischen Stromes, in der Zeiteinheit gleich dem Producte aus Intensität in Potentialdifferenz:

$$J(P_k - P_a);$$

also die der Stromeinheit $P_k - P_a$.

Für die Arbeit dieser electrostatischen Stromeinheit haben wir mithin die Beziehung:

$$P_k - P_a = \int_k^a q(1-n) V dp$$

und demnach für die Arbeit der electromagnetischen Einheit ($\text{gr } \frac{1}{2} \text{ cm } \frac{1}{2} \text{ sec}^{-1}$), wenn \mathfrak{E} das Verhältniss dieser beiden Einheiten ist:

$$\mathfrak{E}(P_k - P_a) = \mathfrak{E} \int_k^a q(1-n) V dp.$$

Bezeichnen wir die electromotorische Kraft eines Daniell'schen Elements in electromagnetischem Maass mit:

$$\mathfrak{N}_D = 109\,540\,000 \frac{\text{cm}^{\frac{3}{2}} \text{g}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}^2}$$

nach den Bestimmungen des Hrn. F. Weber und die von mir beobachteten electromotorischen Kräfte, deren Einheit 0,001 D ist, mit A , so wird:

$$(1) \quad A \frac{\mathfrak{N}_D}{1000} = \mathfrak{E}(P_k - P_a) = \mathfrak{E} \int_k^a q(1-n) V dp.$$

Diese Gleichung zeigt die Abhängigkeit der electromotorischen Kraft des Reactionsstroms der Ueberführung, der Ueberführungszahl und der Dampfspannung so von einander, dass wir, wenn zwei derselben gegeben sind, den Werth der dritten berechnen können.

§. 3. Methode und Apparat zur Bestimmung geringer Dampfspannungen. Messungen dieser bei wässerigen Salzlösungen.

Zur Ermittlung der noch nicht bestimmten Grössen dieser Dampfspannungen der wässerigen Lösungen der in Betracht kommenden Metallsalze habe ich einen Apparat construirt, mit dem sich aber nicht nur diese, sondern die Dampfspannungen irgend einer Flüssigkeit bestimmen lassen.

Princip des Apparats: (Taf. I Fig. 6) Zwei Manometer, von denen das eine m mit Wasser, das andere M mit der zu untersuchenden Flüssigkeit gefüllt ist, werden durch ein T-Rohr verbunden. Der dritte Arm dieses T-Rohrs führt zur Luftpumpe. Es sei bis auf einen geringen Ueberdruck der äusseren Luft evacuirt. Das Wasser befinde sich zwischen den Niveaux n_a und n_i , die der Salzlösung seien N_a und N_i .

Die beiden mit einander und mit der Luftpumpe verbundenen Räume der beiden Manometer zwischen den Niveaux N_i und n_i nenne ich innere Räume, die abgeschlossenen Räume über N_a und n_a äussere.

Dann hält, da sich die gleichen und entgegengesetzten Drucke auf die inneren Niveaux beider Flüssigkeiten N_i und n_i aufheben, der Druck der Säule Salzlösung zwischen N_a und N_i plus der Spannung des Dampfes über dem äusseren Niveau der Lösung das Gleichgewicht dem Druck der Säule Wasser zwischen n_a und n_i plus der Spannung des Dampfes über dem äusseren Niveau des Wassers. So viel der Druck jener Säule Salzlösung grösser ist, als der Druck dieser Säule Wasser, um so viel ist die Spannung des Dampfes über der Salzlösung kleiner, als die des Dampfes über reinem Wasser.

Beschreibung des Apparates. Der Apparat, mit welchem ich zuerst beobachtete, bestand aus den beiden Manometern, welche beide mittelst Schlifffstücke durch ein Gabelrohr — an Stelle des T-Rohrs — verbunden waren. Der dritte Arm des Gabelrohrs führte zur Luftpumpe und trug einen Hahn. Der Evacuirung wegen war jedes der Manometer mit drei Hähnen versehen, und zwar befand sich oberhalb des inneren Niveau (Taf. I, Fig. 6) einer derselben, die beiden anderen oberhalb des äusseren Niveau. Die Schenkel des Manometers waren in Millimeter von gleichem Nullpunkt aus getheilt. Die Länge des äusseren Schenkels jedes der Manometer von der Biegung bis zum unteren der beiden Hähne betrug 500 Millimeter. Der obere Hahn war um etwa 100 Millimeter vom unteren entfernt. Die innere Weite der Manometerrohre war über 10 Millimeter.

Um dem Dampfe oberhalb der beiden äusseren Niveaux gleiche Temperatur zu geben, wird der Apparat bis über die unteren Hähne der äusseren Rohre unter Wasser gesetzt. Damit die beiden Manometer sich bei der Ablesung nicht decken, sind die Schenkel des Gabelrohrs ungleich lang.

Das Lumen dieses Gabelrohrs ist eng, ein bis zwei Millimeter, um ein Ueberdestilliren des Dampfes vom Wasser zur Lösung zu erschweren. Dieses Ueberdestilliren wird aber hauptsächlich verhindert durch die zwischen den inneren Ni-

veaux befindliche Luft. Falls es sich einmal störend erweisen sollte, was bei meinen Versuchen nicht der Fall war, so wäre es nur nöthig, die Hähne an den inneren Rohren, nachdem sie ganz kurze Zeit geöffnet waren, und Gleichgewicht eingetreten ist, wieder zu schliessen.

Ich evacuire in derselben Weise, wie bei meinen Versuchen „über die Torricelli'sche Leere“¹⁾. Es wird zuerst bis zum oberen Hahn des äusseren Rohres ausgepumpt, dann der untere geschlossen, sodass zwischen beiden Hähnen sich ein Vacuum befindet, in welches ich die aus der Flüssigkeit aufsteigenden Luftblasen einlassen kann. Der vollkommeneren Evacuierung wegen nehme ich dann die ausgepumpte Manometerröhre, nachdem sämtliche Hähne geschlossen sind, von dem Gabelrohr und koche aus, indem ich die Röhre geneigt in eine Schale erwärmten Wassers tauche. So kann ich die Luft so gut entfernen, dass die ganze Säule von 500 mm Länge haftet und selbst bei starker Erschütterung der Röhre nicht herabfällt. Ich hatte Gelegenheit, meine eben angeführten Beobachtungen zu wiederholen: Ist alle Luft entfernt, dann haftet die Flüssigkeit am Manometer, und haftet sie nicht, dann ist Luft vorhanden.

Um diese geringen Spuren von Luft, so gut es ging, oft und leicht entfernen und bei Beobachtungsreihen immer verschieden auf die beiden Manometer vertheilen zu können, habe ich dem Apparat für die Bestimmung der Dampfspannung der Salzlösungen eine etwas abgeänderte Form (Taf. I, Fig. 7) gegeben²⁾, bei welcher auch die äusseren, also alle Räume mit einander und mit der Luftpumpe communiciren können. Bei dieser Abänderung hatte ich ursprünglich auch die Absicht, die beiden äussern Räume, oberhalb N_a und n_a , vor dem Evacuiren in Verbindung zu setzen, sodass nach demselben der geringe Rückstand von Luft in beiden wieder getrennten Räumen gleichen Druck ausübte.

Die beiden Schenkel jeder Manometerröhre sind hier auch oben verbunden, sodass die Röhre ein Rechteck bildet,

1) J. Moser, Pogg. Ann. 160. p. 138. 1877.

2) Gefertigt von Hrn. F. Müller. Berlin, Leipziger Strasse 22.

von dessen oberer kleiner Seite eine Röhre zum Gabelrohr führt. Nahe der oberen Umbiegung ist jeder Schenkel durch einen Hahn H_i , H_a , h_i , h_a abzuschliessen. Die Röhren stehen in einem grossen Glasgefäss mit Wasser, dessen Temperatur regulirt werden kann, nahe hintereinander, um gleiche Temperatur in ihnen zu erzielen, und seitlich, der Ablesung wegen, so verschoben, dass die Schenkel des einen Manometers in den Zwischenraum des anderen fallen. Die Luft wird ebenfalls durch abwechselndes Auspumpen und Kochen entfernt, was mit Hülfe einer Wasserluftpumpe geschehen kann. Nachdem evacuirt ist, wird der Hahn H , dann alle Hähne geschlossen, bis auf H_i . Durch Eintritt von wenig Luft steigt das Niveau N_a bis H_a . Man schliesse H_i und öffne darauf H_a . Das Niveau N_a sinkt, aber nicht zum ursprünglichen Stande, denn über N_i ist Luftdruck. Durch Drehung des Kolbens der Pumpe wird jetzt N_a etwa 1 mm über H_a gehoben, dann H_a geschlossen. Ebenso verfährt man mit dem anderen Manometer, setzt beide darauf durch Oeffnen der Hähne H_i und h_i in Verbindung und gibt durch Bewegung des Kolbens der Pumpe den Flüssigkeitssäulen geeignete Höhen und schliesst H . Es muss so gut evacuirt sein, dass bei diesem Einstellen der Niveaux mit der Stiefelluftpumpe, die übrigens auch hier durch eine Wasserluftpumpe ersetzt werden kann, keine Luftblasen aus den oberen Schichten aufsteigen.

Vor dem Ablesen der Niveauxstände mittelst Kathetometers ist darauf zu achten, dass die Menisken gut und gleichmässig ausgebildet sind.

Damit dies der Fall ist, müssen die Röhren sehr gut gereinigt sein, was ich durch abwechselndes Ausspülen mit Aether, Salpetersäure und Wasser erreiche.

Um den Apparat in dieser Form zu füllen, muss er evacuirt werden; um ihn zu entleeren, werden die Hähne herausgenommen. Diese sind nach der Füllung zu fetten. Mit dieser Form des Apparates sind die unten mitgetheilten Bestimmungen gemacht.

Erwähnen will ich noch, dass sich für schnelle, aber nur angenäherte Bestimmungen der Apparat so ändern lässt, dass nur das Wassermanometer in Anwendung käme und

statt des zweiten Manometers ein Glaskölbchen, welches die zu untersuchende Lösung in geringer Menge oder überhaupt einen die Dampfspannung vermindernden Körper enthält. Bei völliger Entfernung der Luft gibt dann die Differenz der beiden Niveaux des Wassermanometers die Abnahme der Dampfspannungen.

Von den Messungen, die ich in grosser Zahl mit dem Apparate anstellte, um zunächst die Beziehungen wieder aufzufinden, die Herr Wüllner zwischen dem Salzgehalt, der Temperatur und dem Dampfdruck beobachtet hatte, wurden die ersten am Zinkchlorid gemacht. Wie dieses Salz, wie wir oben sahen, starke electromotorische Kräfte bis $\frac{1}{8}$ Daniell liefert, so vermindert auch eine Lösung die 150 gr ZnCl_2 auf 100 gr Wasser enthält, bei 20°C . die Dampfspannung um über 160 mm Wasser, also bis $\frac{1}{3}$ der des reinen Wassers, vermehrt also das Volumen des Dampfes auf das Dreifache.

Für Chlorzinklösungen, die je 25, 50, 75, 100, 125 g ZnCl_2 auf 100 g Wasser enthielten, fand ich bei $20,2^\circ \text{C}$. folgende Werthe der Verminderung in mm Wasser:

Chlorzink.

	25 %	50 %	75 %	100 %	125 %
	19,4	40,2	69,9	101,8	133,9
	19,2	39,5	69,5	101,7	133,2
	19,8	39,8	70,2	102,1	—
Im Mittel	19,50	39,83	69,87	101,9	133,6

Diese Zahlen wurden an einer Theilung, die den Röhren eingeztzt war, abgelesen. Die folgenden Beobachtungen, bei denen ich nur das Mittel aus mehreren mittheile, machte ich mittelst eines Kathetometers. Ich fand bei 30°C . — dies war die Temperatur des die Manometer umgebenden Wassers — für die folgenden Salze:

Jodcadmium.

Gehalt g CdJ_2 auf 100 g H_2O	Verminderung in mm Wasser bei 30°C .
10	2,6
20	4,0
40	9,7
80	21,0

Zinksulfat.

Gehalt g ZnSO_4 auf 100 g H_2O	Verminderung in mm Wasser bei 30° C.
25	13,4
50	39,9

Kupfersulfat.

Gehalt g CuSO_4 auf 100 g H_2O	Verminderung in mm Wasser bei 30° C.
25	12,0
—	—

Der Verlauf dieser Werthe stimmt mit dem der von Hrn. von Babo und Hrn. Wüllner für andere Salze gefundenen überein. In folgender Tabelle stelle ich für jedes der von Hrn. Wüllner untersuchten Salze die Verminderungen verschiedener Concentrationen bei einer constanten und zwar möglichst hohen unter den Temperaturen, bei denen er beobachtete, zusammen.

			Quecks.		Quecks.
			10 %	44,90 mm	20 % 92,41 mm
NaCl	100,5° C.		10	18,66 "	25 " 45,67 "
Na_2SO_4	100,6 "		10	27,28 "	30 " 79,07 "
NaNO_3	100,3 "		10	30,78 "	20 " 61,90 "
KCl	100,3 "		5	9,50 "	10 " 18,10 "
K_2SO_4	100,8 "		10	16,51 "	30 " 48,25 "
KNO_3	97 "		10	13,20 "	20 " 25,90 "
NiSO_4	99,3 "		20	14,41 "	40 " 28,05 "
CaN_2O_6	69,4 "		12,5	11,00 "	25 " 21,50 "
Na_3HPO_4	81,6 "		10	16,554 "	
Na_2O	69,36 "		20	35,605 "	
			30	56,401 "	
K_2O	72,05 "		10	12,146 "	
			20	24,787 "	
			30	44,500 "	
			40	62,384 "	
			49	78,695 "	
CaCl_2	99,3 "		7,5	23,000 "	
			15	53,948 "	
			30	133,514 "	
Rohrzucker	100,9 "		50	23,76 "	
			150	79,85 "	

Die von Hrn. von Babo und Wüllner beobachteten Werthe, und in Uebereinstimmung mit diesen die von mir gefundenen ergeben, dass bis zu einem gewissen Grade der

Verminderung diese dem Salzgehalt einfach proportional gesetzt werden kann. Erst bei verhältnissmässig grösseren Verminderungen, welche sich bei den concentrirteren Lösungen derjenigen Salze zeigen, die in grosser Menge im Wasser löslich sind, wachsen die Verminderungen stärker, als im einfachen Verhältniss mit dem Salzgehalt.

Herr Wüllner hat, um das von Hrn. v. Babo aufgestellte Gesetz, dass die Verminderungen einfach proportional dem Salzgehalt sind, beizubehalten, in den Fällen, in welchen sich stärkere Verminderungen und mit diesen stärkere Abweichungen zeigen, diese Abweichungen dadurch erklärt, dass beim Natron das vierfache, beim Kali das fünffache, beim Chlorcalium das sechsfache Hydrat als gelöstes Salz zu betrachten sei. Beim Zucker hingegen macht er zur Erklärung der stärkeren Abweichung die Annahme, dass eine chemische Zersetzung stattgefunden habe.

Für die weitere Untersuchung des Kreisprocesses kommt es jedoch nur auf die durch die Beobachtungen festgestellte Thatsache an: Wir sind bis zu einer gewissen, durch die Beobachtung zu bestimmenden Grenze berechtigt, die Abnahme der Dampfspannung $p_0 - p$, dem Salzgehalt einfach proportional, also den mit einem Gramm Salz verbundenen S Grammen Wasser und den mit einem Aequivalent Salz verbundenen q Grammen Wasser umgekehrt proportional zu setzen, zu schreiben:

$$(2) \quad p_0 - p = \frac{B}{S} = \frac{b}{q}$$

und:

$$(3) \quad \frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{1}{S} \cdot \frac{B}{p_0} = \frac{1}{q} \frac{b}{p_0}.$$

§ 4. Vergleichung der Versuche und der Theorie.

Aus dieser eben experimentell erhaltenen Beziehung:

$$(2) \quad p_0 - p = \frac{b}{q}$$

folgt:

$$dp = b \frac{dq}{q^2}.$$

Diesen Werth von dp setzen wir in die Gleichung (1) p. 72 ein, dann wird dieselbe:

$$A \frac{V_D}{1000} = \mathfrak{E} b \int_k^a (1-n) V \frac{1}{q} dp.$$

Unter der Annahme, dass bei den geringen Dampfspannungen, bis bei 30° C., die Wasserdämpfe das Mariotte-Gay-Lussac'sche Gesetz befolgen, wird:

$$V = \frac{V_0 p_0}{p},$$

wenn p_0 den Druck des gesättigten Dampfes über reinem Wasser und V_0 das Volumen eines Grammes dieses Dampfes bezeichnet. Nehmen wir für p den aus 2 sich ergebenden Werth:

$$p_0 - \frac{b}{q},$$

so bekommen wir:

$$A \frac{V_D}{1000} = \mathfrak{E} b V_0 p_0 \int_k^a (1-n) \frac{1}{p_0 - \frac{b}{q}} \cdot \frac{dq}{q},$$

wofür wir auch schreiben können:

$$\begin{aligned} A \frac{V_D}{1000} &= \mathfrak{E} b V_0 p_0 \int_k^a (1-n) \frac{1}{p_0 - \frac{B}{S}} \cdot \frac{dS}{S} \\ &= \mathfrak{E} b V_0 \int_k^a (1-n) \frac{1}{S - \frac{B}{p_0}} dS. \end{aligned}$$

Nach 2 ist aber:

$$b = q(p_0 - p), \quad \mathfrak{E} b = \mathfrak{E} q(p_0 - p); \text{ also:}$$

$$(4) \quad A \frac{V_D}{1000} = \mathfrak{E} q \frac{p_0 - p}{p_0} V_0 \int_k^a (1-n) \frac{1}{S - \frac{B}{p_0}} dS.$$

Der Werth von $\mathfrak{E} q$ ergibt sich auf folgende Weise: q war die Anzahl der Gramme Wasser, welche mit der durch die electrostatische Einheit zersetzten Salzmenge verbunden war. Mit der \mathfrak{E} fachen, durch die electromagnetische Einheit zersetzten Salzmenge ist die \mathfrak{E} fache Wassermenge, also $\mathfrak{E} q$ g Wasser verbunden. Die durch die electromagnetische Einheit ($\text{gr}^{\frac{1}{2}} \text{cm}^{\frac{1}{2}} \text{sec}^{-1}$) zersetzte Salzmenge beträgt,

da nach Hrn. Bunsen die durch diese Einheit zersetzte Wassermenge in 1 sec 0,000 927 05 gr ist:

$$0,000\,927\,05 \frac{M}{H_2O} \text{ gr,}$$

wenn M/H_2O das Verhältniss der Moleculargewichte, also M für $CuSO_4$ 159,5 und H_2O das des Wassers, also 18 bedeutet. Mit diesen Grammen Salz sind $\mathcal{E}q$ gr Wasser, mit 1 gr Salz S gr Wasser verbunden. Es ist also:

$$\mathcal{E}q = 0,000\,927\,05 \frac{M}{H_2O} S.$$

Die Verminderung der Dampfspannung bestimmt sich also aus 4, wenn die Ueberführungszahlen und die electromotorischen Kräfte der Concentrationsströme bekannt sind, durch die Gleichung:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{A \frac{q_D}{1000}}{0,000\,927\,05 \frac{M}{H_2O} S p_0 V_0 \int_k^a (1-n) \frac{1}{S - \frac{B}{p_0}} dS}.$$

Für ein und dasselbe Salz muss:

$$\frac{1}{A} \int_k^a (1-n) \frac{1}{S - \frac{B}{p_0}} dS = \text{const.}$$

sein, weil dann alle anderen Factoren dieser Gleichung und das Product $(p_0 - p)/p_0 \cdot S = B/p_0 = \epsilon$ nach 3 ebenfalls constant ist. Diese Grösse, welche wir mit ϵ bezeichnet haben, wird in vielen Fällen gegen S zu vernachlässigen sein.

Zur Berechnung des Integrals ist die Ueberführungszahl $1-n$ als Function der lösenden Wassermenge S darzustellen. Dies habe ich durch die empirische Formel:

$$1-n = \alpha + \frac{\beta}{\gamma + S},$$

deren Constanten ich für jedes untersuchte Salz aus den Beobachtungen Hittorf's bestimmte, gethan und dadurch eine für das Intervall der von ihm beobachteten Werthe hinreichende Darstellung dieser erhalten.

Dann wird:

$$\frac{1}{A} \int_k^a (1-n) \frac{1}{S - \frac{B}{p_0}} dS = \frac{1}{A} \int_k^a \left(\alpha + \frac{\beta}{\gamma + S} \right) \frac{1}{S - \varepsilon} dS$$

$$= \frac{1}{A} \left\{ \left(\alpha + \frac{\beta}{\gamma + \varepsilon} \right) \log \frac{S_a - \varepsilon}{S_k - \varepsilon} - \frac{\beta}{\gamma + \varepsilon} \log \frac{S_a + \gamma}{S_k + \gamma} \right\} \frac{1}{\log e}.$$

Setzt man:

$$\frac{1}{A} \left\{ \left(\alpha + \frac{\beta}{\gamma + \varepsilon} \log \frac{S_a - \varepsilon}{S_k - \varepsilon} - \frac{\beta}{\gamma + \varepsilon} \log \frac{S_a + \gamma}{S_k + \gamma} \right) \right\} = \eta,$$

so müsste η constant sein.

Es wird dann:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = \frac{\frac{g_D}{1000} \log e}{0,000\,927\,05 \frac{M}{18} S p_0 V_0} \cdot \frac{1}{\eta}.$$

Berechnet man die Verminderung für die einprocentige Lösung, so ist: $S = 100$.

Die Spannung des Wasserdampfes über reinem Wasser beträgt nach Regnault bei 20° C. 23,65 gr auf ein Quadratcentimeter, also in absolutem Kraftmaass, wenn die Constante der Erdschwere $g = 981 \text{ cm/sec}^2$ ist:

$$p_0 = 23201 \frac{\text{gr}}{\text{cm sec}^2}.$$

Das Volumen von 1 gr Wasserdampf bei 20° C. ist:

$$V_0 = 58704 \text{ cm}^3,$$

und, wie wir schon oben sahen:

$$\frac{g_D}{1000} = 109\,540 \frac{\text{cm}^{\frac{3}{2}} \text{gr}^{\frac{1}{2}}}{\text{sec}^2}.$$

Es wird also der Factor von $1/\eta$ allgemein:

$$0,006\,781\,9 \cdot \frac{1}{M};$$

mithin für die einprocentige Lösung irgend eines Salzes:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 0,006\,781\,9 \cdot \frac{1}{M\eta}.$$

Jodcadmium.

Die in der folgenden Tabelle I eingeklammerten Werthe von $1-n$ sind bei der Berechnung der Interpolationsformel:

$$1-n = \alpha + \frac{\beta}{\gamma + S}$$

zu Grunde gelegt und aus ihnen:

$$\alpha = 0,378, \quad \beta = 26,007, \quad \gamma = 28,01$$

bestimmt worden. Nach dieser Formel wurden die beiden anderen Werthe berechnet und neben die von Hrn. Hittorf beobachteten gesetzt.

Tabelle I.

S	$1 - n$ beobachtet	$1 - n$ berechnet	S	$1 - n$ beobachtet	$1 - n$ berechnet
166,74	0,613	0,501	4,28	1,140	1,161
69,60	0,642	(0,642)	3,04	1,192	(1,192)
18,12	0,931	(0,931)	1,83	1,258	1,224

Mit Hülfe dieser Darstellung von $1 - n$ als Function von S ist das Integral berechnet worden. Der Werth von ϵ ergibt sich aus den Beobachtungen zu 0,05, er könnte daher gegen S vernachlässigt werden.

Das Integral ist dann durch A dividirt und auf diese Weise der Werth der Constanten η der folgenden Tabelle II erhalten. Mit dem Mittelwerth dieses $\eta = 0,0448$ sind die berechneten A hergestellt worden.

Tabelle II.

S_a	S_k	A beob.	A ber.	η
100	50	4,1	4,3	0,0471
	33,33	7,1	7,0	0,0444
	20	11,7	11,5	0,0441
	10	17,7	18,1	0,0458
	6,67	22,3	22,4	0,0450
	5	25,4	25,6	0,0451
	2,5	35,9	33,5	0,0418
			Im Mittel	0,0448

Die grössten Abweichungen vom Mittel zeigen die erste und letzte Reihe der Tabelle; das kommt daher, dass hier der Verlauf der durch die Interpolationsformel dargestellten Werthe ein anderer als der von Hrn. Hittorf beobachteten zu werden beginnt.

Wenn man mit diesem Mittelwerthe von η die Verminderung der Dampfspannung für eine einprocentige Lösung berechnet, so findet man:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 0,00041.$$

Andererseits ergibt sich aus den oben mitgetheilten Verminderungen:

von 2,6 mm für die 10procentige Lösung 0,26 mm

„ 4,0 „ „ „ 20 „ „ 0,20 „

„ 9,7 „ „ „ 40 „ „ 0,24 „

„ 21,0 „ „ „ 80 „ „ 0,26 „

für die einprocentige, d. h. im Mittel:

$$0,24 \text{ mm} \quad \text{und} \quad \frac{p_0 - p}{p_0} = 0,00056.$$

Zinksulfat.

Aus den Beobachtungen des Hrn. Hittorf:

S	n
267,16	0,636
4,052	0,760
2,524	0,778

bestimmen sich die Constanten der Interpolationsformel:

$$\alpha = 0,634, \quad \beta = 1,470, \quad \gamma = 7,616.$$

Aus den Beobachtungen der Dampfspannung ergibt sich $\epsilon = 0,125$, sodass wir in derselben Weise wie beim Jodcadmium die folgende Tabelle aufstellen können.

S_a	S_k	A beob.	A ber.	η
163	34,625	10,7	10,8	0,0411
	10,889	18,9	19,4	0,0417
	4,994	25,1	25,6	0,0415
	2,963	31,9	30,0	0,0384

Als Mittelwerth für η findet sich:

$$\eta = 0,04067,$$

mit dessen Hülfe die berechneten A hergestellt sind. Ebenso finden wir mittelst desselben für die Verminderung der Dampfspannung der einprocentigen Lösung:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 0,00104,$$

und, in guter Uebereinstimmung damit, aus der Beobachtung der Dampfspannung von 13,4 mm für die 25procentige Lösung bei 30° C.:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 0,00125$$

für die Lösung von ein Procent.

Kupfersulfat.

Hier bestimmt sich aus den eingeklammerten Werthen der folgenden Tabelle die Interpolationsformel so, dass:

$$\alpha = 0,636, \quad \beta = 0,822, \quad \gamma = 2,99$$

wird. Mit dieser Formel ist der vierte Werth der Tabelle berechnet.

S	1 - n beob.	1 - n ber.
148,3 - 39,67	0,644	(0,644)
18,08	0,675	(0,675)
9,56	0,712	0,701
6,35	0,724	(0,724)

Die Beobachtung ergibt $\varepsilon = 0,116$.

Ebenso wie beim Jodcadmium und Zinksulfat ist unter Benutzung dieser Formel die Tabelle II aufgestellt.

S_a	S_k	A beob.	A ber.	η
128,5	4,208	27	27,3	0,037
	6,352	25	23,8	0,035
	8,496	21	21,3	0,038
	17,07	16	15,6	0,036
	34,22	10	10,4	0,038
Im Mittel				0,0368

Der Mittelwerth von η ergibt für die Verminderung der Dampfspannung der einprocentigen Lösung:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 0,00112.$$

Die Beobachtung der Dampfspannung der 25procentigen Lösung liefert unmittelbar:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 0,00116.$$

Chlorzink.

Innerhalb der Concentrationen, für welche ich bei Chlorzinklösungen die oben mitgetheilten electromotorischen Kräfte beobachtet habe, ist nur eine Ueberführungszahl von Hrn. Hittorf, und zwar:

$$\text{für } S = 2,77, \quad 1 - n = 1,08$$

festgestellt. Aus diesem Werthe, aus der electromotorischen Kraft:

$A = 24,5$ zwischen den Lösungen, deren $S = 4$ und $S = 2$,

und aus dem durch die Dampfspannungen bestimmten $\epsilon = 0,33$ berechnet sich:

$$\eta = 0,0134,$$

und hieraus für die einprocentige Lösung:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 0,0037,$$

während die oben mitgetheilten Beobachtungen der Dampfspannungen der 25- und 50procentigen Lösungen:

$$\frac{p_0 - p}{p_0} = 0,0033$$

ergeben.

In diesen untersuchten Fällen sind daher Theorie und Versuch in recht guter Uebereinstimmung, sodass dieser jene bestätigt, jene diesen in befriedigender Weise erklärt.

Berlin, Juli 1878.

VIII. *Ueber die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene der strahlenden Wärme in festen und flüssigen Körpern; von Leo Grunmach.*

§ 1. Einleitung.

Die aus der Undulationstheorie gefolgerte Identität des Lichtes mit der strahlenden Wärme ist seit dem von Melloni gelieferten Nachweis der Existenz der letzteren in rascher Aufeinanderfolge für die Reflexion, Brechung, Dispersion und Polarisation experimentell bestätigt worden. Es lag daher nahe, dass unmittelbar nach Faraday's berühmter Entdeckung der „Magnetisirbarkeit des Lichtstrahls“ der analoge Versuch auch für die strahlende Wärme ausgeführt wurde. Wartmann¹⁾ leitete die von einer Locatelli'schen Lampe gelieferten, durch eine Glimmersäule polarisirten Wärmestrahlen durch ein zwischen den Polen eines kräftigen Electromagnets befindliches Steinsalzprisma und durch eine zweite Glimmersäule, deren Schwingungsebene gegen die der ersteren unter einem Winkel von 90° gekreuzt war, auf eine Thermosäule, welche mit einem in beträchtlicher Entfernung vom Electromagnet

1) Wartmann, Compt. rend. 22. p. 745. 1846. Pogg. Ann. 71. p. 573. 1847.

aufgestellten Galvanometer verbunden war. Er bemerkte, dass die Galvanometernadel, welche unter dem Einflusse der durch die Glimmersäulen nicht aufgehaltenen Wärmestrahlen eine constante Ablenkung zeigte, ihre Stellung veränderte, so oft er den Strom wirken liess, woraus er auf eine Drehung der Polarisationssebene der strahlenden Wärme durch den Magnet glaubte schliessen zu können. Der Versuch wurde bald nach seiner Mittheilung mehrfach in Paris wiederholt, jedoch ohne Erfolg. Im Jahre 1849 gaben de la Provostaye und Desains¹⁾ der Wartmann'schen Versuchsanordnung eine nicht unwesentliche Modification, indem sie statt des Lampenlichts Sonnenlicht und statt der Glimmersäulen als Polarisationsapparate zwei achromatisirte Kalkspathprismen anwandten, die so aufgestellt wurden, dass ihre Hauptschnitte einen Winkel von 45° mit einander bildeten. Die Thermosäule war von dem Ruhmkorff'schen Electromagnet, zwischen dessen Polen sich ein Flintglasstück von 38 mm Dicke befand, um 4 Meter entfernt, das Galvanometer noch etwas weiter. Bei Schliessung des von einer starken galvanischen Batterie gelieferten magnetisirenden Stromes in der einen oder anderen Richtung wurde der Ausschlag der durch den Thermostrom bereits abgelenkten Nadel vermehrt oder vermindert, und man glaubte sich genügend vergewissert zu haben, dass diese Wirkung nicht etwa einem durch den magnetisirenden Strom hervorgerufenen Inductionsphänomen oder einer directen Einwirkung des Electromagnets auf die Galvanometernadel zuzuschreiben war. Allein die Versuche dieser beiden ausgezeichneten Forscher zeigen weder unter sich eine befriedigende Uebereinstimmung, noch erscheinen sie ganz einwurfsfrei, da die Innehaltung von Vorsichtsmaassregeln vermisst wird, deren Berücksichtigung zum sicheren Nachweis relativ so geringer Wirkungen, wie der beobachteten, unerlässlich ist. Es liegen zwei unabhängige, aus einer nicht sehr grossen Anzahl von Einzelbeobachtungen bestehende Beobachtungsreihen vor, bei denen der magnetisirende Strom das eine Mal von einer Batterie von 50 Muncke'schen, das andere Mal

1) de la Provostaye u. Desains, Ann. de chim. et de phys. (3) 27. p. 232. 1849.

von 30 Bunsen'schen Elementen geliefert wurde, und bei denen die durch den Thermostrom allein hervorgebrachten mittleren Galvanometerablenkungen 20, resp. 12 Scalentheile betragen. Die bei Schliessung des magnetisirenden Stromes beobachteten Ablenkungen waren im ersten Falle im Mittel 2° , wobei noch zu bemerken ist, dass die Unsicherheit der Einzelbeobachtung die Hälfte dieses Betrages erreichte und sogar überschritt, im zweiten Falle dagegen 3° . Wenn nun die beobachteten Werthe schon an und für sich nicht beträchtlich sind, und wenn ferner die verhältnissmässig bedeutende Verschiedenheit ihrer Grösse im Vergleich zu den in beiden Fällen hindurchgelassenen Quantitäten polarisirter Wärmestrahlen (20:2 und 12:3) sich sehr schwer erklären lässt, da nähere Angaben über die Grösse der magnetischen Kräfte fehlen, so ist bei diesen Versuchen das wesentliche Erforderniss nicht genügend berücksichtigt, dass unmittelbar vor dem Schliessen und unmittelbar nach dem Oeffnen des magnetisirenden Stromes die durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung der Galvanometernadel zu beobachten und in Rechnung zu ziehen ist, und dass eine lineare Interpolation zwischen den beiden so erhaltenen Werthen nur dann statthaft ist, wenn ihre Differenz im Vergleich zu der durch die Erregung des Magnets hervorgebrachten Ablenkung genügend klein ist, um in das Bereich der zufälligen und unvermeidlichen Beobachtungsfehler zu fallen. Hält man diese Vorschrift nicht inne, so kann der beobachtete Effect durch die Veränderlichkeit der Intensität des Thermostroms leicht verdeckt und illusorisch gemacht werden, denn selbst bei heiterstem Himmel kann während einer Minute die Intensität der von der Sonne gelieferten, auf die Thermostäule fallenden Wärmestrahlen in der Weise variiren, dass dadurch, vorausgesetzt, dass man es mit genügend empfindlichen Instrumenten zu thun hat, eine Schwankung der Galvanometerablenkung um einige Skalentheile bedingt ist.

Die mitgetheilten Versuche sind meines Wissens die einzigen, welche in der physikalischen Literatur über diesen

interessanten und für den Zusammenhang der Licht, Wärme- und electricischen Erscheinungen wichtigen Gegenstand vorliegen; ich habe es daher für wünschenswerth gehalten, eine ausgedehnte Untersuchung hierüber mit vollkommeneren Hilfsmitteln und unter Vermeidung, resp. Berücksichtigung aller möglichen Fehlerquellen auszuführen, und es ist mir nach vielen, zum Theil sehr mühevollen, Vorversuchen gelungen, nicht nur die electromagnetische Drehung der Polarisationsebene der strahlenden Wärme in mehreren festen und flüssigen Körpern unwiderleglich nachzuweisen, sondern auch die Abhängigkeit der Grösse dieser Drehung von der Natur der Substanz, von der Intensität der auf sie wirkenden galvanischen Ströme, resp. magnetischen Kräfte, von der Länge der durchstrahlten Schicht etc. durch quantitative Messungen zu bestimmen. Die Mittheilung dieser im Spätsommer des Jahres 1879 im physikalischen Cabinet der hiesigen Königl. Technischen Hochschule angestellten Versuche und der aus ihnen gewonnenen Resultate bildet den Gegenstand vorliegender Abhandlung.

§2. Beschreibung der bei den Versuchen angewandten Apparate

Bevor ich zur ausführlichen Beschreibung meiner Versuchsanordnung übergehe, will ich zuvor kurz die angewandten Apparate besprechen.

Als Wärmequelle benutzte ich bei den hier mitzutheilenden Versuchen ausschliesslich Sonnenlicht. Die Anwendung einer Leuchtgasflamme ist wegen der zu geringen Intensität der von ihr gelieferten Wärmestrahlen ungeeignet, Drummond'sches Kalklicht oder gar electricisches Licht, welches ich an mehreren Tagen, veranlasst durch die anhaltende Ungunst der Witterung, anzuwenden genöthigt war, wegen der Inconstanz durchaus unbrauchbar.

Das Sonnenlicht wurde von einem möglichst genau justirten Silbermann'schen Heliostaten reflectirt; ein auf eine 13 m von ihm entfernte Wand geworfenes Sonnenbild wurde in $1\frac{1}{2}$ Stunden um 4 cm aus seiner anfänglichen Lage verrückt. Wenn auch durch die aus dieser Verschiebung etwa resul-

tire
die
kon
ach
sow
Stre
die
lenk
stra
Ric
im C

Pri
und
seit
mir
welc
Lich
Spr
in h
als
Gla
gros
setzt
Wär
Wir
der
Um
Bef
von
ferti
von
des
Für
gros

1
1879
Nicol

tirende Aenderung der Intensität der reflectirten Wärmestrahlen die mitzutheilenden Ergebnisse in keiner Weise getrübt werden konnten, einerseits, da die Ausführung eines ganzen Beobachtungssatzes nur wenige Minuten währte, andererseits, weil sowohl unmittelbar vor dem Schliessen des magnetisirenden Stromes als auch unmittelbar nach dem Oeffnen desselben die durch den Thermostrom allein hervorgebrachten Ablenkungen beobachtet wurden, so war doch, damit die Wärmestrahlen die Substanzen stets in genau derselben (axialen) Richtung durchdrangen, von Zeit zu Zeit ein Nachcorrigiren im Gange des Heliostaten nothwendig. (Vgl. hierüber S. 109.)

Polarisirt wurden die Wärmestrahlen durch Nicol'sche Prismen; anfänglich benutzte ich ein Kalkspathrhomboëder und ein Nicol'sches Prisma (von 35 mm, resp. 30 mm Rhombenseite), welche Hr. Prof. Helmholtz so freundlich war, mir für diese Versuche zu leihen. Leider hatte das erstere, welches zu objectiven Darstellungen mittelst electrischen Lichtes benutzt worden war, infolge der grossen Hitze mehrere Sprünge erhalten, welche die zu beobachtenden Wirkungen in hohem Maasse beeinträchtigten, sodass ich statt desselben als polarisirenden Apparates mich eines in der Masse schwarzen Glasspiegels von 3,5 mm Dicke bediente, der, um eine möglichst grosse Intensität zu erzielen, direct auf den Heliostaten gesetzt wurde. Indessen war die Intensität der reflectirten Wärmestrahlen auch so noch eine geringe, und die erhaltenen Wirkungen nicht gross genug, um die Abhängigkeit der Grösse der Drehung von den sie bedingenden und auf sie einwirkenden Umständen durch quantitative Messungen zu bestimmen. Befriedigende Resultate erhielt ich erst, als ich in den Besitz von zwei ausgezeichneten von Hrn. Niendorf in Bernau verfertigten Nicol'schen Prismen gelangt war. Dieselben sind von ungewöhnlicher Grösse und seltener Reinheit, die Seite des Rhombus beträgt 55 mm, die Länge des Prismas 135 mm¹⁾. Für die Ausführung von Messungen ist die Anwendung so grosser Prismen sehr wünschenswerth, die älteren Versuche

1) Eins derselben war auf der Berliner Gewerbeausstellung im Jahre 1879 unter der reichhaltigen Sammlung der von Niendorf ausgestellten Nicol'schen Prismen vertreten.

sind vorzugsweise deshalb so unsicher, weil die kleine Oeffnung der Prismen auch nur einer sehr kleinen Menge von Wärmestrahlen den Durchgang gestattet. Bei den vorhin erwähnten Versuchen von de la Provostaye und Desains¹⁾ betrug die Ablenkung, welche die direct durchgehenden Wärmestrahlen bewirkten, wenn die Hauptschnitte der beiden Kalkspathprismen einen Winkel von 45° miteinander bildeten, und wenn sich kein Diamagneticum zwischen ihnen befand, nur $16,5^\circ$, während bei meinen Versuchen unter den gleichen Umständen die Grösse dieser Ablenkung weit über 300° (d. h. 300 mm einer in 2,5 m Entfernung vom Spiegel des Galvanometers aufgestellten mittelst Fernrohr beobachteten Scala) erreichte.

Zur Messung der Wärmewirkungen diente eine sehr empfindliche, aus 25 Paaren von Wismuth- und Antimonstäben bestehende Thermosäule von quadratischer Oberfläche; die einzelnen Elemente, 30 mm lang und 1,5 mm dick, sind gut voneinander isolirt, an ihren Enden zugeschragt und mit Kienruss überzogen; ferner ein Siemens'sches aperiodisches Spiegelgalvanometer mit Glockenmagnet und Kupferdämpfung von rühmlichst bekannter Güte und Empfindlichkeit.

Zur Electricisirung und Magnetisirung der Körper durch welche die Durchstrahlung stattfand, dienten: 1) eine 250 mm lange und 55 mm weite, aus 600 Windungen bestehende Spirale von doppelt isolirtem Kupferdraht von 3 mm Dicke; 2) ein sehr kräftiger Joule'scher Hufeisenelectromagnet, auf dessen 360 mm lange und 75 mm dicke Schenkel zwei würfelförmige Anker von weichem Eisen von 75 mm Seite aufgesetzt wurden, welche in axialer Richtung cylindrische Durchbohrungen von 50 mm Durchmesser hatten.

Als Stromquelle wurden durchgehends Bunsen'sche Elemente von grosser Oberfläche angewandt, deren Anzahl im Maximum 35, im Minimum 6 betrug.

§ 3. Beschreibung der Versuchsanordnung.

Die Versuchsanordnung, von welcher auf Taf. I Fig. 8 eine schematische Darstellung gegeben ist, war nun folgende:

1) l. c. p. 86.

Die von dem Heliostatenspiegel H in horizontaler Richtung reflectirten Wärmestrahlen treffen zunächst das in einer Entfernung von 0,75 m aufgestellte erste polarisirende Nicol'sche Prisma P_1 ; unmittelbar hinter demselben befindet sich der Electromagnet E (oder die Spirale), zwischen dessen Polen sich die Diamagnetica D befinden. 5,5 m vom Electromagnet entfernt ist eine achromatische Linse L_1 von 0,25 m Brennweite aufgestellt, hinter derselben das analysirende Nicol'sche Prisma P_2 und endlich die mit Reflectoren versehene Thermosäule T , von der Linse L_1 um deren Brennweite, vom Electromagnet also um nahezu 6 m entfernt. Auf der entgegengesetzten Seite von T ist noch als leicht regulirbare Wärmequelle eine Ableselampe A aufgestellt, deren Wärmestrahlen durch die Linse L_2 auf die Thermosäule concentrirt werden können, um für gewisse Controlversuche die auf die andere Seite der Thermosäule vom Heliostaten her auffallenden Wärmestrahlen zu neutralisiren. Vor und hinter der Thermosäule befinden sich in Charnieren bewegliche doppelwandige Metallschirme S_3 und S_4 , desgleichen vor und hinter dem Electromagnet mit passenden kreisförmigen Oeffnungen versehene schwarze Pappschirme S_1 und S_2 . Von den beiden Polen der Thermosäule führen gut isolirte Leitungsdrähte zu einem auf dem Beobachtungstische M befindlichen Commutator K_1 und von dort zum Galvanometer G ; ferner gehen von der im Nebenzimmer befindlichen galvanischen Batterie sehr starke isolirte Zuleitungsdrähte nach einem zweiten, etwa 1,5 m vom ersten entfernten, Commutator K_2 ¹⁾ und von letzterem zum Electromagnet E . Mittelst dieser beiden Commutatoren können also sowohl der Thermostrom wie der magnetisirende Strom bald im einen, bald im anderen Sinne geschlossen werden. Auf dem Tische befinden sich ferner das Beobachtungsfernrohr B und die in Millimeter getheilte Scala in einer Entfernung von 2,5 m vom Spiegel des Galvanometers, welches seinerseits vom Electromagnet um 8,5 m entfernt ist.

1) Die beiden Commutatoren und also auch die Zuleitungsdrähte zur Thermosäule und zum Electromagnet sind in der Figur zu nahe aneinander gezeichnet.

Das polarisirende Nicol P_1 ist in seiner Fassung unbeweglich befestigt, während das analysirende Nicol P_2 mittelst einer Alhidade um seine Axe drehbar und die Grösse der Drehung an der getheilten Kreisfläche abzulesen ist.

Die Hauptschnitte der beiden Prismen waren nun bei den Versuchen stets gegeneinander um einen Winkel von 45° geneigt. Der Vorthail dieser bereits von de la Provostaye und Desains angegebenen Anordnung ergibt sich aus folgender Betrachtung. Bei dem analogen optischen Versuch pflegt man, um das Gesichtsfeld vollständig zu verdunkeln, den Hauptschnitten der Nicol'schen Prismen eine Neigung von 90° gegeneinander zu geben; wird nun der Magnet erregt, so ist zwar die Quantität der durchgelassenen Lichtstrahlen eine geringe, aber unser Auge ist eher befähigt, den Contrast zwischen absoluter Dunkelheit und einem schwachen Lichtschimmer, als den Unterschied in der Lichtintensität zweier Bilder wahrzunehmen; bei dem thermischen Versuch kommt es nicht auf diesen Contrast, sondern darauf an, die Differenz der Quantitäten der durchgehenden Wärmestrahlen beim Schliessen des Stromes nach verschiedenen Richtungen möglichst gross zu machen, und dies erreicht man durch obige Aufstellung. Denn setzt man die Ablenkung, welche die durchgehenden Wärmestrahlen hervorbringen, wenn die Hauptschnitte parallel zueinander sind, gleich Eins, und bezeichnet man mit δ die durch den Magnet hervorgebrachte Drehung der Polarisationssebene, so werden die Ablenkungen für die beiden betrachteten Fälle sich darstellen durch die Ausdrücke: $\cos^2(45^\circ - \delta) - \cos^2 45^\circ = \frac{1}{2} \sin 2\delta$ und: $\cos^2(90^\circ - \delta) - \cos^2 90^\circ = \sin^2 \delta$, von denen der erstere für kleine Werthe von δ der bei weitem grössere ist.¹⁾

Die einen einzelnen Versuch bildenden Manipulationen und Ablesungen sind nun in folgender Reihenfolge, welche die Möglichkeit der Elimination der in § 5 discutierte Feh-

1) Dass man mit dieser Aufstellung überhaupt die günstigste Wirkung erzielt, ergibt sich einfach folgendermassen:

Damit $\partial \cos^2 x / \partial x = -2 \cos x \sin x$ ein Maximum sei, muss $\sin^2 x - \cos^2 x = 0$, also $x = \frac{1}{2} \pi$ sein.

lerquellen darbieten, ausgeführt worden. Es wird, bevor das Diamagneticum zwischen die Pole des Electromagnets gebracht ist, die Ruhelage der Galvanometernadel beobachtet und dann der magnetisirende Strom nach beiden Richtungen geschlossen, sowohl wenn der Thermostrom geöffnet, als wenn er geschlossen ist. Wir wollen zunächst der Einfachheit wegen voraussetzen, dass durch Schliessung des magnetisirenden Stromes weder eine directe magnetische Einwirkung noch eine störende Inductionswirkung ausgeübt werde, dass also bei geöffnetem Thermostrom die Galvanometernadel in ihrer ursprünglichen Nulllage, bei geschlossenem Thermostrom in der durch letzteren bedingten abgelenkten Lage verharre, gleichviel ob der magnetisirende Strom geschlossen sei oder nicht. Nachdem nun die zu untersuchende Substanz in geeigneter Weise zwischen die Pole gebracht und die Ruhelage der Galvanometernadel notirt ist, wird der Thermostrom mittelst des Commutators K_1 zuerst etwa im positiven Sinne (cfr. p. 95) geschlossen und die durch ihn hervorbrachte Ablenkung abgelesen, hierauf der magnetisirende Strom im positiven Sinne mittelst des Commutators K_2 geschlossen und die nunmehrige Ablenkung abgelesen, der letztere Strom geöffnet und neuerdings die durch den Thermostrom allein hervorbrachte Ablenkung beobachtet, der magnetisirende Strom nach der entgegengesetzten Seite geschlossen, die Ablenkung notirt, letzterer wieder geöffnet und schliesslich wieder die durch den Thermostrom allein hervorbrachte Ablenkung beobachtet. In dieser Weise wurde nun in rascher Aufeinanderfolge ein ganzer Beobachtungssatz ausgeführt und am Schlusse desselben wieder die Nulllage der Galvanometernadel notirt. Hierauf wird der Thermostrom im negativen Sinne geschlossen und genau in derselben Weise wie vorhin ein Beobachtungssatz ausgeführt. Es wird nun für die Berechnung stets die bei geschlossenem Thermostrom und geschlossenem magnetisirenden Strom erfolgte Ablenkung combinirt mit dem arithmetischen Mittel aus den beiden durch den Thermostrom allein hervorbrachten Ablenkungen und als Maass für die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene die Summe der beiden Differenzen an-

gesehen, die man erhält, wenn der magnetisirende Strom im positiven und im negativen Sinne geschlossen ist.

§ 4. Die eigentlichen Versuche.

A. Von festen Körpern wurden dem Versuche unterworfen:

I. Sehr schweres Flintglas (extra heavy) vom specifischen Gewicht 3,879¹⁾; Brechungsexponent für die *D*-Linie 1,650 (welches für spectralanalytische Zwecke, bei denen es auf starke Dispersion ankommt, angewandt wird, z. B. für Prismenkörper à vision directe, ferner für Mikroskopsysteme mit starker Oeffnung):

a) ein Prisma von gleichschenkelig dreieckigem Querschnitt von 158 mm Länge, 48 mm Basis und 43 mm Schenkel-länge,

b) ein Prisma mit quadratischem Querschnitt (52 mm Seite) von 42 mm Länge (von vier Seiten angeschliffen),

c) ein Prisma von denselben Dimensionen (jedoch nur von zwei Seiten angeschliffen).

II. Leichtes Flintglas vom specifischen Gewicht 3,2004; Brechungsexponent für die *D*-Linie 1,573 (welches vorzugsweise zu Objectiven für photographische Zwecke verwandt wird); ein Parallelepipedium 117 mm lang, 34 mm breit und 42 mm hoch.

III. Spiegelglas vom specifischen Gewicht 2,725; Brechungsexponent für die *D*-Linie 1,538. Eine Platte von 107 mm Länge, 65 mm Breite und 24 mm Dicke.

B. Von Flüssigkeiten: a) Schwefelkohlenstoff, b) Terpentinöl, c) destillirtes Wasser, d) Alkohol.

Die Flüssigkeiten befanden sich in einer mit ebenen Spiegelglasplatten verschlossenen Röhre von 205 mm Länge und 27 mm Durchmesser.

1) Die Bestimmungen des specifischen Gewichts, bei denen mich Herr Assistent J. Baumann freundlichst unterstützte, sind auf der Kais. Normal-Eichungs-Kommission mit der für Hauptnormale üblichen Genauigkeit ausgeführt worden.

A. Versuche mittelst des Electromagnets.

Es bedeuten: a_0, a_1, a_2 die Ausschläge, welche durch den Thermostrom allein hervorgebracht werden, b und c die Ausschläge, welche durch den Thermostrom und den magnetisirenden Strom hervorgebracht werden, wenn letzterer in dem einen oder anderen Sinne geschlossen wird. Der Thermostrom ist im positiven (negativen) Sinne geschlossen, wenn die durch ihn hervorgebrachten Ablenkungen oberhalb (unterhalb) von 500 s. fallen (500 s. = Nulllage der Galvanometernadel). Der magnetisirende Strom ist im positiven (negativen) Sinne geschlossen, wenn die durch den Thermostrom hervorgebrachten Ablenkungen durch ihn vergrößert (verkleinert) werden.

30. August 1879.

1. Parallelepipedum aus leichtem Flintglas.

Länge der durchstrahlten Schicht 117 mm.

6 Bunsen'sche Elemente. $M = 36$ s. Nulllage 500 s.

I. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

Thermostrom allein	Magnetisirender Strom im (-) Sinne	Thermostrom allein	Magnetisirender Strom im (+) Sinne	Thermostrom allein	Drehung im (+) Sinne $b - \frac{a_0 + a_1}{2}$ $= d_1$	Drehung im (-) Sinne $\frac{a_1 + a_2}{2} - c$ $= d_2$	Summe der Drehungen $d_1 + d_2$
a_0	b	a_1	c	a_2			
400	397,5	400	403	402	-2,5	-2,0	-4,5
402	400	403	403,5	401	-2,5	-1,5	-4,0
401	399	401	404	402	-2,0	-2,5	-4,5
402	400,5	404	408	406	-2,5	-3,0	-5,5
406	402,5	405	407	405	-3,0	-2,0	-5,0

Mittel -4,7 s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 97,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -4,8 s.

II. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

603	601	603,5	605,5	604	-2,0	-2,0	-4,0
604	602,5	604	606	604	-1,5	-2,0	-3,5
604	602	604	607	605	-2,0	-2,5	-4,5

Mittel -4,0 s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 103,9 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -3,85 s.

30. Aug. 1879. 15 Bunsen'sche Elemente. $M=118$ s.

I. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
610	605	612	617	611	-6,0	-5,5	-11,5
611	604	610	616	608	-6,5	-7,0	-13,5
608	602,5	609	616,5	611	-6,0	-6,5	-12,5
611	605	613	619	614	-7,0	-5,5	-12,5
Mittel							-12,5s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 110,9 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -11,3 s.

II. Thermostrom umgekehrt.

380	373	380	386,5	380,5	-7,0	-6,0	-13,0
380,5	372,5	381,5	387,5	381	-8,5	-6,0	-14,5
381	371	378	388	375	-8,5	-6,5	-15,0
375	367,5	374	380	372	-7,0	-7,0	-14,0
Mittel							-14,1s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 122,0 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -11,6 s.

30 Bunsen'sche Elemente. $M=214$ s.

I. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

339	322	339	358,5	342	-17,0	-18,0	-35,0
342	323,5	343	362	346	-19,0	-17,5	-36,5
346	329	347	368	346	-17,5	-19,5	-37,0
Mittel							-36,2s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 156,9 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -23,1 s.

II. Wiederholung desselben Versuchs.

346	327,5	342	361,5	344	-16,5	-18,5	-35,0
344	326	342	358,5	340	-17,0	-17,5	-34,5
340	321,5	338	356	336	-17,5	-19,0	-36,5
Mittel							-35,3s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 158,9 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -22,2 s.

30. August 1879.

Thermostrom umgekehrt; magnetisirender Strom zuerst im (+) und hernach im (-) Sinne geschlossen.

III.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
648	668,5	650	629	646	+19,5	+19,0	+38,5
646	665,5	648	628	647	+18,5	+19,5	+38,0
647	666,5	650	628	645	+18,0	+19,5	+37,5
645	664,5	647	628	647	+18,5	+19,0	+37,5
647	666,5	649	628,5	647	+18,5	+19,5	+38,0

Mittel +37,9s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 147,6 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +25,7 s.

Zur Ausführung von Controlversuchen wird die vom Heliostaten her auf die eine Seite der Thermosäule fallende Wärmemenge neutralisirt, indem Strahlen einer anderen leicht regulirbaren Wärmequelle (Ableselampe A in Taf. I Fig. 8) durch eine Linse L_2 auf die entgegengesetzte Seite der Thermosäule concentrirt werden, bis die Ablenkung der Galvanometer-nadel nahezu Null ist. Diese Controlversuche sind im Folgenden stets bezeichnet durch: „Thermostrom neutralisirt“.

Die Einzelbeobachtungen werden in derselben Reihenfolge wie vorher ausgeführt.

30. August 1879.

IV. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen und neutralisirt.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
498	514	495	475,5	495	+17,5	+19,5	+37,0
495	517	499	482,5	503	+20,0	+18,5	+38,5
503	521	501	482	500	+19,0	+18,5	+37,5

Mittel +37,7s

V. Thermostrom im umgekehrten Sinne geschlossen und neutralisirt.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
497	480,5	497	515	500	-16,5	-16,5	-33,0
500	479	494	514,5	496	-18,0	-19,5	-37,5
496	477,5	493	510,5	491	-17,0	-18,5	-35,5

Mittel -35,3s.

4. September 1879.

2. Prisma aus schwerem Flintglas mit quadratischem Querschnitt (von 4 Seiten angeschliffen).

a) Länge der durchstrahlten Schicht 42 mm.

20 Bunsen'sche Elemente. $M = 166$ s.

I. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
757	773,5	754	733,5	750	+18,0	+18,5	+36,5
750	768,5	754	737,5	758	+16,5	+18,5	+35,0
758	775,5	758	741,5	761	+17,5	+18,0	+35,5
761	778,5	762	745,5	763	+17,0	+17,0	+34,0

Mittel +35,4s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 257,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +13,75 s.

30 Bunsen'sche Elemente. $M = 221$ s.

I. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

643	657	647	634,5	647	+12,0	+12,5	+24,5
647	662	651	638,5	652	+13,0	+13,0	+26,0
652,5	670	657,5	642,5	655	+15,0	+13,5	+28,5
655	668	655	641	655	+13,0	+14,0	+27,0

Mittel +26,5s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 151,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +17,5 s.

II. Thermostrom umgekehrt.

355	341	351	363,5	351	-12,0	-12,5	-24,5
351,5	337,5	351,5	364,5	350,5	-14,0	-13,5	-27,5

Mittel -26,0s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 148,1 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -17,6 s.

III. Wiederholung dieses Versuchs.

354	344	357	370	356	-11,5	-13,5	-25,0
356	343	352	367	354	-11,0	-14,0	-25,0

Mittel -25,0s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 145,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -17,2 s.

4. September 1879.

IV. Thermostrom neutralisirt.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
514	502,5	510	521,5	509	-9,5	-12,0	-21,5
509	500	510	522,5	509	-9,5	-13,0	-22,5
Mittel							-22,0 s.

V. Thermostrom im umgekehrten Sinne geschlossen und neutralisirt.

505	518	507	493	501	+12,0	+11,0	+23,0
501	515,5	504	491	500	+13,0	+11,0	+24,0
Mittel							+23,5 s.

8. Sept. 1879. b) Länge der durchstrahlten Schicht 52 mm.

30 Bunsen'sche Elemente. $M = 228$ s.

VI. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

370	357	368	382	366	-12,0	-15,0	-27,0
366	355	370	383	367	-13,0	-14,5	-27,5
367	354	369	379	363	-14,0	-13,0	-27,0
363	352	367	380	363	-13,0	-15,0	-28,0
363	353	367	379,5	365	-12,0	-13,5	-25,5
Mittel							-27,0 s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 133,2 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -20,3 s.

VII. Thermostrom umgekehrt.

611	600	615	630,5	621	-13,0	-12,5	-25,5
621	608	622	637	626	-13,5	-13,0	-26,5
626	612	624	639	628	-13,0	-13,0	-26,0
628	613	625	637	622	-13,5	-13,5	-27,0
Mittel							-26,2 s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 121,6 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -21,55 s.

8. September 1879.

VIII. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen und neutralisirt.

504	492	506	519,5	507	-13,0	-13,0	-26,0
507	491	503	517,5	505	-14,0	-13,5	-27,5
505	490	507	520	506	-16,0	-13,5	-29,5
Mittel							-27,7 s.

IX. Thermostrom umgekehrt und neutralisirt.

494	509,5	497	482	493	+14,0	+13,0	+27,0
493	508	495	483	498	+14,0	+13,5	+27,5
498	508,5	496	482	494	+11,5	+13,0	+24,5
494	509,5	500	484,5	499	+12,5	+15,0	+27,5
499	512,5	503	487,5	501	+11,5	+14,5	+26,0
501	515,5	504	488,5	500	+13,0	+13,5	+26,5
Mittel							+26,0 s.

10. September 1879.

3. Prisma aus schwerem Flintglas mit quadratischem Querschnitt (nur von 2 Seiten angeschliffen).

Länge der durchstrahlten Schicht 42 mm.

10 Bunsen'sche Elemente. $M = 92$ s.

I. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

α_0	b	α_1	c	α_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
775	765	773	786,5	778	- 9,0	-11,0	-20,0
778	764	772	780,5	771	-11,0	- 9,0	-20,0
771	760	770	779,5	768	-10,5	-10,5	-21,0

Mittel -20,3s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorbrachte Ablenkung 272,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -7,5 s.

II. Thermostrom umgekehrt.

234	242,5	230	223	236	+10,5	+10,0	+20,5
236	241,5	230	224	236	+ 8,5	+ 9,0	+17,5
236	245,5	234	223,5	234	+10,5	+10,5	+21,0

Mittel +19,7s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorbrachte Ablenkung 266,6 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +7,4 s.

30 Bunsen'sche Elemente. $M = 244^P$.

III. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

380	370,5	382	392	381	-10,5	-10,5	-21,0
381	371	380	393	381	- 9,5	-12,5	-22,0
381	370	379	391	380	-10,0	-11,5	-21,5

Mittel -21,5s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorbrachte Ablenkung 119,6 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -18,0 s.

IV. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

610	622,5	612	600	608	+11,5	+10,0	+21,5
608	622,5	611	600	608	+13,0	+ 9,5	+22,5
608	622,5	613	601,5	610	+12,0	+10,0	+22,0

Mittel +22,0s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorbrachte Ablenkung 110,3 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +19,9 s.

10. Sept. 1879.

V. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen und neutralisirt.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
503	514,5	509	496	506	+ 8,5	+11,5	+20,0
506	518	510	498	508	+10,0	+11,0	+21,0
508	518,5	509	500	512	+10,0	+10,5	+20,5
Mittel							+20,5s.

VI. Thermostrom umgekehrt und neutralisirt.

514	504	514	525	513	-10,0	-11,5	-21,5
513	503	512	523	509	- 9,5	-12,5	-22,0
509	500	512	524	510	-10,5	-13,0	-23,5
Mittel							-22,3s.

8. September 1879.

4. Prisma aus schwerem Flintglas von gleichschenkl. dreieckigem Querschnitt.

Länge der durchstrahlten Schicht 158 mm.

30 Bunsen'sche Elemente. $M = 228$ s.

I. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

630	647,5	632	610	628	+16,5	+20,0	+36,5
628	647	630	608	624	+18,0	+19,0	+37,0
624	646,5	627	605	621	+21,0	+19,0	+40,0
621	639,5	621	602	618	+18,5	+17,5	+36,0
618	638	620	603	622	+19,0	+18,0	+37,0

Mittel +37,3s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 124,8 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +29,9 s.

II. Thermostrom umgekehrt.

377	361	379	398	381	-17,0	-18,0	-35,0
381	360	379	399	380	-20,0	-19,5	-39,5
380	360	378	399	380	-19,0	-20,0	-39,0

Mittel +37,8s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 120,9 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -31,3 s.

III. Thermostrom neutralisirt.

499	478	494	514	498	-18,5	-18,0	-36,5
488	478	495	517	499	-18,5	-20,0	-38,5
499	480	500	520	504	-19,5	-18,0	-37,5
504	487	506	526	512	-18,0	-17,0	-35,0

Mittel -36,9s.

2. Sept. 1879.

6. Schwefelkohlenstoff.

Länge der durchstrahlten Schicht 205 mm.

10 Bunsen'sche Elemente. $M = 70$ s.

I. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
416	421	418	413,5	417	+4,0	+4,0	+8,0
417	420,5	417	411,0	414	+3,5	+4,5	+8,0
414	419,5	416	411,5	415	+4,5	+4,0	+8,5
415	420,5	416	411,5	415	+5,0	+4,0	+9,0
415	419,5	416	411,5	414	+4,0	+3,5	+7,5
414	418,5	415	410,5	414	+4,0	+4,5	+8,5
414	419,5	416	411,5	415	+4,5	+4,0	+8,5
415	419,5	415	410,0	414	+4,5	+4,5	+9,0

Mittel +8,4s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 84,5 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +9,9 s.

4. Sept. 1879.

16 Bunsen'sche Elemente. $M = 102$ s.

II. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

408	414	405	397	403	+7,5	+7,0	+14,5
403	409,5	402	396	402	+7,0	+6,0	+13,0
402	411	405	397	404	+7,5	+7,5	+15,0

Mittel +14,2s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 95,9 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +14,8 s.

6. Sept. 1879.

20 Bunsen'sche Elemente. $M = 128$ s.

III. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

408	398	406	414	407	-9,0	-7,5	-16,5
407	397	407	417	409	-10,0	-9,0	-19,0
409	400	408	416	407	-8,5	-8,5	-17,0

Mittel -17,5s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 92,6 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +18,9 s.

IV.

Thermostrom umgekehrt.

610	602	612	620	610	-9,0	-9,0	-18,0
610	602	611	619,5	611	-8,5	-8,5	-17,0
611	601,5	609	617	608	-8,5	-8,5	-17,0

Mittel -17,3s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 110,1 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. $-15,7$ s.

6. September 1879.

V.

Thermostrom neutralisirt.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
501	492	501	508	499	-9,0	-8,0	-17,0
499	490	499	509	501	-9,0	-9,0	-18,0
501	490,5	499	507	498	-9,5	-8,5	-18,0
							Mittel $-17,7s$

VI. Thermostrom umgekehrt geschlossen und neutralisirt.

499	508,5	500	488,5	495	+9,0	+9,0	+18,0
495	502,5	497	489,5	497	+6,5	+7,5	+14,0
497	508,5	502	491,5	498	+9,0	+8,5	+17,5
							Mittel $+16,5s$

30 Bunsen'sche Elemente. $M = 206$ s.

VII. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

382	362	378	395,5	379	-18,0	-17,0	-35,0
379	358	376	394,5	378	-19,5	-17,5	-37,0
378	359	376	396,5	380	-18,0	-18,5	-36,5
380	359,5	379	398,5	381	-20,0	-18,5	-38,5
							Mittel $-36,7s$

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 121,2 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. $-30,3$ s.

VIII. Thermostrom umgekehrt.

620	603	622	640	620	-18,0	-19,0	-37,0
620	606	625	642	619	-16,5	-20,0	-36,5
619	602	620	638	620	-17,5	-18,0	-35,5
620	608	623	641	624	-18,5	-17,5	-36,0
							Mittel $-36,2s$

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 121,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. $-29,8$ s.

7. Sept. 1879.

30 Bunsen'sche Elemente.

IX.

Thermostrom neutralisirt.

499	514,5	503	485	497	+13,5	+15,0	+28,5
497	511	498	480	493	+13,5	+15,5	+29,0
493	509	499	484	498	+13,0	+14,5	+27,5
498	513	500	484	496	+14,0	+14,0	+28,0
							Mittel $+28,2s$

7. September 1879.

X. Thermostrom umgekehrt und neutralisirt.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
499	513	498	482	497	+14,5	+15,5	+30,0
497	512,5	499	482	496	+14,5	+15,5	+30,0
496	513,5	500	486	500	+15,5	+14,0	+29,5
500	514	501	486	500	+13,5	+14,5	+28,0
							Mittel +29,4 ^p .

35 Bunsen'sche Elemente. $M = 237$ s.

XI. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

415	396	409	425,5	413	-16,0	-14,5	-30,5
413	395,5	412	426,5	414	-17,0	-13,5	-30,5
414	393	408	423,5	408	-18,0	-15,5	-33,5
408	390,5	404	420,5	406	-15,5	-15,5	-31,0
							Mittel -31,4 ^p .

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 90,1 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -34,9 s.

XII. Thermostrom umgekehrt.

590	608	595	574,5	589	+15,5	+17,5	+33,0
589	605	590	569,5	584	+15,5	+17,5	+33,0
584	604	590	570,5	585	+17,0	+17,0	+34,0
585	604	588	570,5	585	+17,5	+16,0	+33,5
							Mittel +33,4 ^p .

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 88,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +37,8 s.

XIII. Wiederholt.

630	653	632	606	625	+22,0	+22,5	+44,5
625	648	623	598	618	+24,0	+22,5	+46,5
618	642,5	620	600	622	+23,5	+21,0	+44,5
622	646	625	604	625	+22,5	+21,0	+43,5
							Mittel +44,7 ^p .

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 124,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +35,9 s.

12. Sept. 1879.

7. Terpentinöl.

Länge der durchstrahlten Schicht 205 mm.
30 Bunsen'sche Elemente. $M = 238$ s.

I. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
560	565	562	558	559	+4,0	+2,5	+6,5
559	561	557	555,5	558	+3,0	+2,0	+5,0
558	562	561	559	561	+2,5	+2,0	+4,5

Mittel +5,3 s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 59,7 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +8,9 s.

II. Thermostrom umgekehrt.

450	446	448	451,5	449	-3,0	-3,0	-6,0
449	446	449	452	447	-3,0	-4,0	-7,0
447	444	446	448,5	444	-2,5	-3,5	-6,0

Mittel -6,3 s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 52,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. -12,0 s.

13. Sept. 1879. 8. Destillirtes Wasser.

Länge der durchstrahlten Schicht 205 mm.
35 Bunsen'sche Elemente. $M = 249$ s.

I. Thermostrom im negativen Sinne geschlossen.

435	439,5	437	435	436	+3,5	+1,5	+5,0
436	440	436	432	434	+4,0	+3,0	+7,0
434	436,5	435	432	433	+2,0	+2,0	+4,0
433	434	431	429	430	+2,0	+1,5	+3,5

Mittel +4,6 s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 65,9 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +7,0 s.

II. Thermostrom umgekehrt.

580	583,5	582	580	583	+2,5	+2,5	+5,0
583	584	580	578	576	+2,5	—	+2,5
							(unsicher)
576	577	573	571	572	+2,5	+1,5	+4,0
572	573	570	567	566	+2,0	+1,0	+3,0
							(unsicher)

Mittel +4,5 s.

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 75,8 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +5,9 s.

13. Sept. 1879. 9. Absoluter Alkohol.

Länge der durchstrahlten Schicht 205 mm.

35 Bunsen'sche Elemente. $M = 249$ s.

I. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
592	594	595	595	596	+0,5	+0,5	+1,0 (unsicher)
596	599	598	597	599	+2,0	+1,5	+3,5
599	597	596	598	594	+0,5	+2,0	+1,5 (unsicher)

Mittel +3,5 s. (?)

Nulllage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 95,6 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +3,7 s. (?)

Die beobachteten, die electromagnetische Drehung darstellenden Ablenkungen sind sehr unsicher; die Differenzen zweier aufeinanderfolgenden, durch den Thermostrom allein hervorgebrachten Ablenkungen erreichen und überschreiten sogar deren Grösse; der Versuch wird deshalb unterbrochen.

B. Von den mittelst der Spirale angestellten Versuchen, welche nicht so grosse Wirkungen wie die sub A mitgetheilten ergaben, seien nur folgende mitgetheilt:

3. September 1879.

Glasprisma (mit dreieckigem Querschnitt) aus schwerem Flintglas.

Länge der durchstrahlten Schicht 158 mm.

15 Bunsen'sche Elemente. $i = 4,2^\circ$.

I. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
642	646	640	634	640	+5,0	+6,0	+11,0
640	645	639	634	640	+5,5	+5,5	+11,0
640	647	641	635	640	+7,5	+5,5	+13,0

Mittel +11,7 s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 140,3 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +8,3 s.

3. September 1879.

Thermostrom umgekehrt.

II.							
a_0	b	a_1	c	a_2	d_1	d_2	$d_1 + d_2$
351	356	352	349	356	+4,5	+5,0	+ 9,5
356	364	359	355	360	+6,5	+4,5	+11,0
360	366,5	362	357,5	363	+5,5	+5,0	+10,5

Mittel +10,8 s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 142,4 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +7,2 s.

30 Bunsen'sche Elemente. $i = 7,3^\circ$.

III.							
Thermostrom neutralisirt.							
493	501	495	485	492	+7,0	+8,5	+15,5
492	499,5	490	484	495	+8,5	+8,5	+17,0
495	498	489	480	486	+6,0	+7,5	+13,5

Mittel +15,3 s.

IV. Thermostrom im positiven Sinne geschlossen.

370	380	374	368	377	+8,0	+7,5	+15,5
377	383	375	370	380	+7,0	+7,5	+14,5
380	389	381	373	382	+8,5	+8,5	+17,0

Mittel +15,7 s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 123,0 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +12,8 s.

V.							
Thermostrom umgekehrt.							
640	645,5	635	627	635	+8,0	+8,0	+16,0
635	644	634	626	635	+9,5	+8,5	+18,0
635	640,5	630	621	625	+8,0	+8,5	+16,5
629	638,5	629	619	628	+9,5	+9,5	+19,0

Mittel +17,8 s.

Nullage 500 s. Mittlere durch den Thermostrom allein hervorgebrachte Ablenkung 132,8 s. Drehung der Polarisations-ebene der strahlenden Wärme pro 100 s. +13,4 s.

§ 5. Berechnung der Versuche und Discussion der Fehlerquellen.

Die Berechnung vorstehend mitgetheilter Versuche ist aus ihrer Anordnung wohl leicht ersichtlich; die in der Columnne $d_1 + d_2$ enthaltenen, die Grösse der electromagnetischen Drehung der Polarisationssebene darstellenden Zahlen sind stets in einen Mittelwerth vereinigt, welcher der mittleren, durch den Thermostrom allein hervorgebrachten Ablenkung entspricht; letztere ergibt sich als arithmetisches Mittel aus der ersten sub Col. a_0 und sämmtlicher sub Col. a_1 und a_2 verzeichneten Ablenkungen (die darauffolgenden Zahlen unter a_0 sind nämlich genau dieselben wie unter a_2 und nur der leichteren Uebersicht wegen wiederholt). Diese der Quantität der polarisirten Wärmestrahlen entsprechende mittlere Ablenkung ist stets gleich 100 gesetzt und die electromagnetische Drehung auf diese Grösse reducirt worden.

Diejenigen Versuche, bei welchen die auf die eine Seite der Thermosäule fallende Wärmemenge durch die Lampe und Linse neutralisirt wurde, lassen eine derartige Reduction, da die Grösse des Thermostroms ja nicht beobachtet wurde, natürlich nicht zu; sie gelten nur als Controlversuche, ohne bei der Ermittlung der Resultate benutzt zu werden.

Mannigfaltig sind die Vorsichtsmaassregeln, von deren Berücksichtigung die Ausführbarkeit exacter Messungen abhängig ist.

1. Auf den Umstand, dass der polarisirte Wärmestrahle genau mit der Richtung der magnetischen Kraftlinie zusammenfällt, sowie auf die Aufstellung der diamagnetischen Substanzen ist besondere Sorgfalt zu verwenden, da die Grösse der Drehung von der Neigung, welche die Richtung des Wärmestrahls mit der Richtung der Wirkung der magnetischen Kraft bildet, abhängt. Aus Verdet's Versuchen über die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichts¹⁾ ergibt sich, dass der

1) Verdet, Ann. de chim. et de phys. (3) 43. p. 37. 1854; Wied. Galv. 2. p. 753.

Winkel, um welchen die Polarisationssebene des Lichts gedreht wird, bei gleicher magnetisirender Kraft dem \cos inus des Neigungswinkels zwischen der Richtung des Lichtstrahls und der axialen Richtung der magnetischen Wirkung proportional ist.

Aber auch die Verschiedenheit in der Lage der Diamagnetica kann die Erscheinungen in hohem Maasse beeinflussen.

Es gibt wohl kaum ein Glasstück, welches, besonders wenn es irgend einer starken mechanischen Einwirkung¹⁾ ausgesetzt gewesen, mit grossen guten Nicols untersucht, sich nicht als doppeltbrechend erwies. Mir sind von Hrn. Mechaniker Haensch die verschiedensten bei der Construction optischer Apparate zur Verwendung kommenden Glassorten bereitwilligst zur Verfügung gestellt worden, ich habe die Glasstücke von allen Seiten anschleifen lassen und mit den grossen Nicols untersucht und kein einziges Stück gefunden, welches nicht das Licht depolarisirte. Man darf sich bei der Prüfung solcher Glasstücke in Bezug auf Doppelbrechung nur grosser Nicol'scher Prismen bedienen. Glasstücke, welche mir von renommirten Firmen mit der Versicherung, sie hätten sich nach der Untersuchung als einfachbrechend ergeben, übersandt worden sind, erschienen in der That, mit kleinen

1) Im Herbste des Jahres 1877 suchte ich die von Hrn. Kerr (Phil. Mag. (4) 50. p. 337—348, 446—458) mitgetheilten Versuche, betreffend eine neue Beziehung zwischen Electricität und Licht, nach welchen dielectriche Medien durch starke Electrification doppeltbrechend werden sollen, zu wiederholen. Durch einen Zufall erhielt ich ein parallelepipedisches Stück guten Flintglases von 105 mm Länge, 70 mm Breite und 24 mm Dicke, welches, allerdings mit kleinen Nicols untersucht, einfach brechend erschien. Als ich aber in dasselbe, nach Kerr's Vorschrift, der Länge nach conaxiale Löcher zur Aufnahme der Electroden hatte bohren und die anstossenden Endflächen poliren lassen, ergab nunmehr die Untersuchung, dass das Glas doppeltbrechend geworden war. Ich bemerke bei dieser Gelegenheit, dass es mir nicht gelungen ist, die Kerr'schen Versuche zu reproduciren, obschon die angewandte Electricitätsquelle sehr bedeutend (grosser Ruhmkorff'scher Inductionsapparat, gespeist von sechs Bunsen'schen Elementen, Funkenlänge 10 bis 15 cm) und obschon der Polarisationsapparat so empfindlich war, dass der geringste mechanische Druck, z. B. sanftes Auflegen des Fingers auf die Glasplatte, die Erscheinung der Doppelbrechung deutlich hervorbrachte.

Nicols untersucht, als nicht doppelbrechend, weil man wegen des kleinen Gesichtsfeldes in der Regel nur die nicht depolarisirenden Theile erblickte; untersuchte ich sie dagegen mit den grossen Nicols, so zeigten sie das schwarze Kreuz, wie es deutlicher eigens zu dem Zwecke behandelte Gläser nicht zeigen können. Es sind daher die Glasstücke so aufzustellen, dass die Wärmestrahlen durch die nicht depolarisirenden Theile, am besten durch den Mittelpunkt des schwarzen Kreuzes gehen, und man hat zu dem Ende nach ähnlichen Vorschriften zu verfahren, wie sie für die Aufstellung und Justirung eines Spectralapparates gelten.

2. Die directe Einwirkung des Electromagnets auf die Galvanometernadel liesse sich wohl durch geeignete Aufstellung und Drehung der Instrumente vollständig ausschliessen, jedoch nur für eine ganz bestimmte Lage der Galvanometernadel. Denn gesetzt, es fände keine Einwirkung des Magnets auf die Nadel, wenn letztere ihre Nulllage inne hat, statt, so wäre dadurch keineswegs ausgeschlossen, dass der Magnet gleichwohl auf die durch den Thermostrom bereits abgelenkte Nadel eine Einwirkung ausübte, da nunmehr die Richtung der magnetischen Axe der Nadel gegen die der magnetischen Kraftlinie eine andere geworden. Ich bemerke, dass bei meinen Versuchen zwar niemals bei Anwendung der Spirale, in einigen Fällen aber bei Anwendung des Electromagnets, wenn er durch sehr starke Ströme (30 bis 35 Bunsen'sche Elemente) erregt wurde, eine directe Einwirkung stattfand, die einige Scalentheile betrug; es schien mir nicht gerathen, diese Einwirkung stets durch eine Aenderung in der Aufstellung, wenn letztere den unter 1. erörterten Anforderungen gemäss mit Mühe bewerkstelligt war, zu beseitigen; ich wandte vielmehr zu diesem Zwecke die einfache und bequeme Methode an, dass ich unmittelbar vor dem Beginn und unmittelbar nach dem Schlusse eines jeden Beobachtungssatzes, der durchschnittlich etwa 5 Minuten lang währte, die directe Einwirkung des Magnets (vergl. S. 93) auf die Galvanometernadel beobachtete, und zwar sowohl, wenn letztere in ihrer Nulllage verharrte, als auch, wenn sie durch einen kleinen mittelst der Wheastone'schen Brücke

leicht regulirbaren Zweigstrom eines Daniell'schen Elementes so weit abgelenkt war, als es der mittleren Grösse der durch den Thermostrom hervorgebrachten Ablenkung entsprach. In den wenigen Fällen, in denen eine directe Einwirkung nachweisbar war, trat die derselben entsprechende geringe Aenderung in der Nulllage der Nadel in Rechnung.

Ob und in wie weit ferner die beobachtete Drehung der Polarisationssebene durch etwaige Inductionsphänomene oder durch directe magnetische Einwirkungen hätte beeinflusst werden können, war aus den zu wiederholten Malen ausgeführten Versuchen ersichtlich, bei denen die Diamagnetica von den Polen des Magnets entfernt und, um dieselbe thermische Wirkung zu erzielen, unmittelbar vor die Thermosäule gebracht wurden. Eine Inductionswirkung wurde niemals beobachtet; die Grösse der durch den Thermostrom hervorgebrachten Ablenkung wurde bei dieser Anordnung durch den magnetisirenden Strom in den meisten Fällen gar nicht verändert, nur in einzelnen Fällen, in denen mit sehr starken Strömen gearbeitet wurde, zeigte sich eine der soeben besprochenen in Bezug auf Grösse und Sinn genau gleiche Wirkung.

Als Controlversuche gelten ferner die sämmtlichen unter der Bezeichnung „Thermostrom neutralisirt“ angeführten Versuche.

3. Dass eine constante Wärmequelle für das Gelingen der Versuche unerlässliche Bedingung ist, und wie man, selbst wenn Sonnenlicht bei heiterem, unbewölktem Himmel zur Verfügung steht, zu verfahren hat, um den störenden Einfluss der unvermeidlich auftretenden Variationen in der Intensität des Thermostromes zu eliminiren, ist bereits mehrfach auseinander gesetzt worden. Damit die einen Versuch bildenden Einzelbeobachtungen in möglichst rascher Aufeinanderfolge ausgeführt werden können, ist die Anwendung eines aperiodischen Galvanometers wünschenswerth.

§ 6. Methode der Messung der Intensität des erregenden Stromes und der Stärke der wirkenden magnetischen Kraft.

Zur Messung der Intensität des um die diamagnetischen Substanzen geleiteten electricischen Stro-

mes
ihren
risati
Vor
magn
der 2
geme
rende
intens
portio
Vergl
Phän
mögli
der an
der D
Z
die au
sich z
ich ei
nämlic
von de
struirt
ansich
verseh
so unt
windu
das an
Vertie
von ve
werden
mit ihr
auf de
durch
währen
Tromm
stellung

1) K
Ann. d.

mes bediente ich mich des von Kundt und Röntgen¹⁾ bei ihrer Arbeit „über die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichts in Gasen“ angewandten Verfahrens. Vor und nach einer jeden Beobachtungsreihe wurde die electromagnetische Drehung der Polarisationssebene des Lichts in der 205 mm langen Säule von flüssigem Schwefelkohlenstoff gemessen und aus beiden Messungen das Mittel genommen.

Als Lichtquelle diente eine Natronflamme, als electrisierende Spirale direct die grosse Versuchsspirale; die Stromintensität in letzterer wurde dem Betrage der Drehung proportional gesetzt. Es war auf diese Weise eine unmittelbare Vergleichung zwischen dem optischen und dem thermischen Phänomen in Bezug auf Sinn und Grösse der Wirkung ermöglicht. In den mitgetheilten Versuchen ist neben der Anzahl der angewandten Elemente stets die Stromstärke i , in Graden der Drehung in Schwefelkohlenstoff ausgedrückt, verzeichnet.

Zur Messung der Grösse der magnetischen Kräfte, die auf die diamagnetischen Substanzen wirkten, wenn dieselben sich zwischen den Polen des Electromagnets befanden, wandte ich einen Apparat an, den ich zu einem anderen Zwecke, nämlich die Abhängigkeit der Wirkungsweise des Telephons von der Dicke der schwingenden Platte zu untersuchen, construirt hatte, und von welchem auf Taf. I Fig. 9 eine Seitenansicht gegeben ist. Die an dem einen Ende mit dem Griffe G versehene Spindel S ist durch die beiden Lager L_1 und L_2 so unterstützt, dass sie in ihrer Längsrichtung nach Ueberwindung einer geringen Reibung leicht bewegt werden kann; das andere Ende der Spindel trägt eine mit einer cylindrischen Vertiefung versehene Holzplatte H , in welche Eisenplatten E von verschiedener Dicke durch den Ring R festgeklemmt werden können. Um die Grösse der Verschiebung der Spindel S mit ihren Theilen variiren zu können, ist das eine Lager L_2 auf dem Tische T verschiebbar und kann an jeder Stelle durch die Klemmschrauben K_1 und K_2 festgeklemmt werden, während die durch den Lagerkörper L_2 gehende mit einer Trommel versehene Mikrometerschraube M zur feineren Einstellung der Verschiebungsgrösse der Spindel in ihrer Axen-

1) Kundt u. Röntgen, Münch. Ber. p. 148. 1879.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XIV.

richtung dient. Gegenüber der Eisenplatte befindet sich eine Spirale, in deren Oeffnung ein starker Magnet fest gelagert ist. Denkt man sich die Enden der Spirale verbunden, so tritt bei jedem Entfernen oder Nähern der Eisenplatte in der Spirale ein Inductionsstrom auf, dessen Stärke unter Anderem von der Stärke des Magnets abhängt. Dieser Apparat wurde nun, nachdem der Magnetstab durch einen Cylinder von weichem Eisen ersetzt war, in geeigneter Weise mitten zwischen die Pole des Magnets, und zwar stets genau an dieselbe Stelle, gebracht, die Spindel ein für allemal auf ihre Maximalverschiebung eingestellt, die Enden der Spirale mit dem Siemens'schen Galvanometer verbunden und dann vor und nach jeder Beobachtungsreihe in der angedeuteten Weise ein Beobachtungssatz ausgeführt. Die Intensität der beim schnellen Hin- und Zurückbewegen der Spindel in der Spirale erzeugten Inductionsströme ist der magnetischen Wirkung zwischen den Polen proportional, und ihre Grösse wird durch die Grösse der beobachteten Galvanometerablenkung ausgedrückt. Die beiden aus den am Beginn und am Schluss eines jeden Versuches angestellten Beobachtungssätzen erhaltenen Mittelwerthe wurden in einen Hauptmittelwerth vereinigt. Die denselben darstellende Zahl M befindet sich in den sub A mitgetheilten „Versuchen mittelst des Electromagnets“ stets neben der Anzahl der Elemente verzeichnet, sie stellt die Grösse der auf die Substanz wirkenden magnetischen Kraft, ausgedrückt in Scalentheilen der Galvanometerablenkung, dar.

§ 7. Zusammenstellung der Resultate und Schlussfolgerungen

Fassen wir die Ergebnisse der im Vorstehenden näher besprochenen Versuche zusammen, indem wir die Resultate, welche aus unter gleichen Umständen angestellten Beobachtungssätzen gewonnen sind, zu Mittelwerthen vereinigen, so ergibt sich, wenn wir

mit n die Zahl der jedesmal angewandten Bunsen'schen Elemente,

mit D die Summe der beiden nach entgegengesetzten Seiten gerichteten Drehungen der Polarisationssebene der strah-

lende
meter
Menge
Anw
der F
stoff
der
ausge
bezei
1.
B
Länge
n
6
15
30
2.
B
a) Län
20
30
b) Län
30
3.
Länge
10
30
4.
Länge
30

lenden Wärme, ausgedrückt in Scalentheilen der Galvanometerablenkung und bezogen auf eine gleich 100 gesetzte Menge polarisirter Wärmestrahlen,

ferner mit i die Intensität des erregenden Stromes bei Anwendung der Spirale, ausgedrückt in Graden der Drehung der Polarisationsebene des Lichts in flüssigem Schwefelkohlenstoff (205 mm lange Säule),

endlich mit M die durch die Induction gemessene Stärke der auf die Substanzen wirkenden magnetisirenden Kraft, ausgedrückt in Scalentheilen der Galvanometerablenkung, bezeichnen, folgende Zusammenstellung:

A. Versuche mittelst des Electromagnets.

1. Leichtes Flintglas.

Brechungsexponent: 1,573.

Länge der durchstrahlten Schicht
117 mm.

n	D	M	$\frac{D}{M}$
6	4,3	36	0,119
15	11,4	118	0,096
30	23,7	214	0,111

2. Schweres Flintglas.

Brechungsexponent: 1,650.

a) Länge der durchstrahlten Schicht
42 mm.

20	13,7	166	0,083
30	17,3	221	0,078

b) Länge der durchstrahlten Schicht
52 mm.

30	20,9	228	0,092
----	------	-----	-------

3. Schweres Flintglas.

Länge der durchstrahlten Schicht
42 mm.

10	7,45	92	0,081
30	18,95	244	0,078

4. Schweres Flintglas.

Länge der durchstrahlten Schicht
158 mm.

30	30,6	228	0,134
----	------	-----	-------

5. Spiegelglasplatte.

Brechungsexponent: 1,538.

Länge der durchstrahlten Schicht
24 mm.

n	D	M	$\frac{D}{M}$
30	9,1	238	0,038

6. Flüssiger Schwefelkohlenstoff.

Brechungsexponent: 1,626.

Länge der durchstrahlten Schicht
205 mm.

10	9,9	70	0,141
16	14,8	102	0,145
20	17,3	128	0,135
30	30,05	206	0,146
35	36,2	237	0,153

7. Terpentinöl.

Brechungsexponent: 1,474.

Länge der durchstrahlten Schicht
205 mm.

30	10,45	238	0,044
----	-------	-----	-------

8. Destillirtes Wasser.

Brechungsexponent: 1,333.

Länge der durchstrahlten Schicht
205 mm.

35	6,45	249	0,026
----	------	-----	-------

9. Absoluter Alkohol.

Brechungsexponent: 1,365.

Länge der durchstrahlten Schicht
205 mm.

35	3,7 (?)	249	0,015(?)
----	---------	-----	----------

B. Versuche mittelst der Spirale.

Schweres Flintglas. Länge der durchstrahlten Schicht 158 mm.

n	D	i	$\frac{D}{i}$
15	7,75 s.	4,2 ⁹	1,85
30	13,1	7,3	1,79

Aus dieser Zusammenstellung lassen sich folgende Schlüsse ziehen:

1) In festen wie in flüssigen diathermanen Körpern findet eine electromagnetische Drehung der Polarisationssebene der strahlenden Wärme statt, und zwar stets in dem Sinne, in welchem der Strom die Spirale durchfließt, resp. die Magnetkerne umkreist.

2) Die Grösse dieser Drehung ist unter sonst gleichen Umständen für die verschiedenen Substanzen sehr verschieden; die Drehung ist um so grösser, je grösser der Brechungsindex der Substanz ist¹⁾.

3) Bei directer Einwirkung eines um den diathermanen Körper geleiteten galvanischen Stromes ist die Grösse der Drehung der Intensität des Stromes proportional.

4) In einem zwischen den Polen eines Electromagnets aufgestellten diathermanen Körper ist die Grösse der Drehung der auf ihn wirkenden magnetischen Kraft proportional.

5) Die Grösse der Drehung wächst mit der Länge der durchstrahlten Schicht; indess konnte die Abhängigkeit der Grösse der Drehung von der Länge numerisch nicht festgestellt werden.

Berlin, Physik. Cab. d. K. Techn. Hochschule, April 1881.

Es ist mir eine angenehme Pflicht, Hrn. Prof. Dr. Paalzow, der mir mit der grössten Bereitwilligkeit und Liberalität die für diese Untersuchung nöthigen Apparate seines Cabinets zur Verfügung gestellt hat, hierfür auch an dieser Stelle meinen verbindlichsten Dank auszusprechen.

1) Abgesehen vom Alkohol, für den die Bestimmungen überhaupt unsicher sind.

IX. Die Höhe der Erdatmosphäre; von Dr. A. Kerber.

I. Die Cardinalpunkte der Atmosphäre.

Für kleine Zenithdistanzen repräsentirt die Atmosphäre ein optisches System von brechenden Medien, getrennt durch centrirt Kugelflächen von kleiner Oeffnung, sodass auf sie die von Gauss und Möbius aufgestellte Theorie solcher optischen Systeme angewendet werden kann.¹⁾ Von Wichtigkeit ist die Bestimmung der „Cardinalpunkte“ durch diese Theorie. Zu diesen rechnet man bekanntlich 1) die Hauptbrennpunkte f, f' im ersten und im letzten Medium A, A' .

In ihnen vereinigen sich die im entgegengesetzten Medium der Axe parallelen Strahlen; 2) die Knotenpunkte

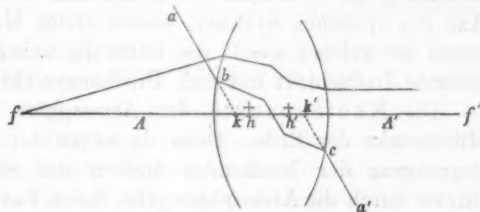


Fig. 1.

k, k' mit der Eigenschaft, dass jeder im ersten Medium gegen k zielende Strahl (ab) im letzten Medium in der durch k' zu seiner Anfangsrichtung gelegten Parallele ca' weitergeht; 3) die Hauptpunkte h, h' , für welche Bild und Gegenstand, auch hinsichtlich ihrer Stellung, identisch sind. — Die Lage dieser Cardinalpunkte kann auch hier, wie bei allen complicirteren Systemen, deren Constitution nicht bekannt ist, nur experimentell gefunden werden²⁾ auf Grund der astronomischen Bestimmungen der Strahlenbrechung durch die Atmosphäre.

1) Gauss, Dioptr. Untersuchungen, Gött. 1840. Vgl. Helmholtz, Phys. Optik, Braunschw. 1861. Im Folgenden verweise ich auf die weitverbreitete Physik von Mousson.

2) Mousson, Phys. 2. Aufl. § 731. 3. Aufl. § 810.

Es sei m der Mittelpunkt der Erde, c der Standort des Beobachters, cc' ein kleiner Bogen eines grössten Erdkreises,

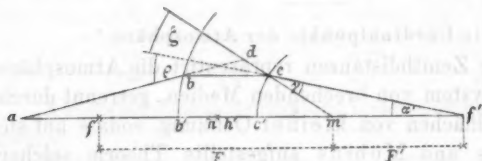


Fig. 2.

bb' der zugehörige Durchschnitt desselben mit der Grenze der Atmosphäre, a ein Fixstern; abc ein von a

nach c gehendes Strahlenbündel, welches in c in die Richtung cf' gebrochen wird, sodass ζ die scheinbare Zenithdistanz, ρ die astronomische Refraction bestimmt; am die Axe des optischen Systems, dessen erstes Medium das Vacuum, für welches $n = 1$, das letzte die unbegrenzt gedachte unterste Luftschicht mit dem Brechungsverhältniss n' .

Die Knotenpunkte der Atmosphäre fallen in den Mittelpunkt der Erde. Denn da wegen der concentrischen Begrenzung der brechenden Medien der Strahl in einer Curve durch die Atmosphäre geht, deren Tangenten niemals parallel sind, so kann nur ein auf m hinzieler Strahl im Medium n' in derselben Richtung weitergehen.

Die Lage des zweiten Brennpunktes f' ergibt sich leicht, wenn der von a ausgehende Strahl als ursprünglich der Axe parallel betrachtet wird. Derselbe wird aus seiner Anfangsrichtung um den Betrag der astronomischen Refraction $= \rho$ abgelenkt und zielt im letzten Medium nach dem zweiten Brennpunkte des Systems. Die zugehörige Brennweite F' folgt aus $\triangle cmf'$; denn es ist $cm = R$, $\angle \gamma = \zeta$ und wegen $ab \parallel af'$, $\angle \alpha' = \rho$, mithin:

$$(1) \quad F' = \frac{\zeta}{\rho} \cdot R.$$

Das Verhältniss der astronomischen Refraction zur scheinbaren Zenithdistanz $\rho : \zeta$ beträgt aber nach den jetzigen Refractionstabeln für den mittleren Luftzustand $57,3''^1$, sodass man setzen kann:

1) Bruhns, Astr. Strahlenbrechung, p. 19.

$$(2) \quad \frac{\varrho}{\zeta} = 57,3'' \cdot (1 + \Delta),$$

wo $57,3'' \Delta$ einen etwaigen Beobachtungsfehler vorstellt, den wir, um in den Resultaten den Grad der Genauigkeit zu prüfen, mit in Rechnung ziehen. Hiernach ist:

$$(3) \quad \begin{cases} F = \frac{R}{57,3''} (1 - \Delta); \text{ für } R = 6366,7 \text{ km:} \\ F = \text{ca. } 22\,918\,400 \text{ km.} \end{cases}$$

Die erste Brennweite der Atmosphäre folgt aus der Beziehung, wonach die Entfernung der beiden Brennpunkte von den zugehörigen Knotenpunkten dem Brechungsverhältniss der bezüglichen Medien verkehrt proportional ist.¹⁾ Man hat also:

$$(4) \quad F = n' F' = \frac{n' R}{57,3''} \cdot (1 - \Delta), \text{ d. i. } F = \text{ca. } 22\,924\,900 \text{ km,}$$

wobei das Brechungsverhältniss für den mittleren Luftzustand ($b = 0,752 \text{ m}$, $t = 9,3^\circ \text{ C.}$) nach Ketteler's Bestimmung $= 1,000\,282 \dots$ angenommen wurde.

Sämmtliche Gestirne, der Mond allein ausgenommen, stehen ausserhalb der Brennweite F . Die Atmosphäre erzeugt daher von ihnen verkehrte reelle Bilder: die Strahlenbündel treten convergent ins Auge, sodass sie innerhalb der Brennweite φ des ganzen Auges (d. h. von der Retina gerechnet, jenseits φ) zu ebenfalls verkehrten Bildern sich vereinigen, und es entsteht daher auf der Netzhaut unter allen Umständen ein Zerstreungsbild, kein scharfes Bild, wodurch die Ausbreitung des Sternenbildes auf der Netzhaut ihre physiologische Erklärung findet.

Vom Monde dagegen erzeugt die Atmosphäre, weil er innerhalb ihrer vorderseitigen Brennweite steht, ein aufrechtes virtuelles Bild, und das Auge empfängt divergente Strahlenbündel. Mithin steht das von beiden optischen Systemen, der Atmosphäre und dem Auge, erzeugte (verkehrte) Bild, von der Retina an gerechnet, diessseits φ , aber wegen der bedeutenden Entfernung des Objectes immer noch so weit vor der Netzhaut, dass es einer ausserordentlichen Accommodation bedarf, um ein scharfes Netzhaut-

1) Mousson, 2. § 731 (4), 3. § 809 (4).

bildchen zu erhalten. In der dadurch bewirkten Spannung des Muskelapparates liegt die Erklärung für das scheinbare Schweben des Mondes in der Atmosphäre. Das Bild des Mondes wird aber auch bei dieser ausserordentlichen Accommodation die Nervenfasern der Netzhaut eben nur berühren, und da diese streifende Berührung beim gewöhnlichen Sehen für eine ganz bestimmte terrestrische Entfernung, die durch D bezeichnet sei, erfahrungsmässig eintritt, so versetzt das Auge auch den Mond, welcher auf die Retina denselben Reiz ausübt, in die Entfernung D , wodurch das scheinbare Schweben desselben an einem verhältnissmässig nahen Punkte der Atmosphäre erklärlich wird.¹⁾

Was endlich die Lage der Hauptpunkte h betrifft, so ist ihre Entfernung von dem zugehörigen Brennpunkte gleich der Entfernung des entgegengesetzten Brennpunktes von seinem Knotenpunkte²⁾, also (Fig. 2):

$$\begin{aligned} fh &= F, & f'h' &= F, & \text{daher } mh & \text{ (d. i. } fm - fh) = F - F, \\ \text{und auch:} & & mh' & \text{ (d. i. } f'h' - f'm) = F - F, \\ \text{folglich:} & & mh &= mh' = F - F \end{aligned}$$

und, die Werthe aus (3) und (4) eingesetzt:

$$(5) \quad mh = mh' = \frac{(n' - 1)R}{57,3'} (1 - \Delta) = \text{ca. } 6463 \text{ km.}$$

Die beiden Hauptpunkte fallen also, wie die Knotenpunkte, in einen Punkt h zusammen, der vom Erdcentrum 6463 km, von der Erdoberfläche c durchschnittlich:

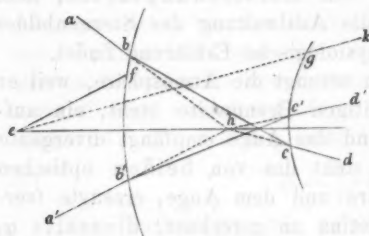


Fig. 3.

6463 - 6366,7 = 96,3 km entfernt ist. Nach der Definition des Hauptpunktes decken sich daher Gegenstand und Bild im Punkte h , d. h. alle im Vacuum nach

1) D bestimmt man experimentell, indem man die Entfernung misst, in welcher eine intensive Flamme eben noch scharf gesehen wird.

2) Mousson, 2. § 731 (2), 3. § 809 (2).

h hinzielenden Strahlen divergiren nach ihrem Durchgange durch die Atmosphäre von demselben Punkte h . Denkt man sich z. B. zwischen einem Fixstern und der Erde etwa ein planetarisches Nebelsystem, und es stände das von letzterem erzeugte Fixsternbild (Fig. 3) im Punkte h , der nun für die Atmosphäre als leuchtendes Object zu betrachten wäre, so würden die nach h convergirenden Strahlen ab von der Atmosphäre so gebrochen werden, dass sie bei ihrem Eintritt in das letzte Medium n' von h in der Richtung cd zu divergiren schienen und also in demselben Punkte ein identisches virtuelles Bild gesehen würde, in welchem ohne das Vorhandensein der Atmosphäre ein reelles Fixsternbild entstehen müsste.

II. Erster Näherungswerth für die Höhe der Atmosphäre.

Bei der Natur der Lichtcurve $abcd$, welche ihre Concavität dem Erdcentrum zuwendet, liegt es auf der Hand, dass der Hauptpunkt innerhalb der Atmosphäre liegen muss. Denn wäre (Fig. 3) e der Hauptpunkt, so würde ein Strahl, der im Vacuum die Richtung ef haben mag, bei seinem Eintritt in das Medium n' in der Richtung egk weitergehen müssen, wenn in e ein dem Gegenstande identisches Bild entstehen soll; das ist jedoch unmöglich, weil ef und gk nicht Tangenten derselben Curve in f und g sein können. Daraus folgt also $H > ch$, d. h. nach den Bemerkungen zu (5):

$$(6) \quad H > 96,3 \text{ km.}$$

Eine genauere Bestimmung ergibt sich aber sofort aus folgender Betrachtung. Da die Lichtcurve für kleine Zenithdistanzen nahezu ein Kreisbogen von sehr grossem Krümmungshalbmesser ist¹⁾, so können die Tangenten bh und ch (Fig. 3) als gleich betrachtet werden, und weil nun, immer unter der Voraussetzung einer kleinen Zenithdistanz die Tangenten mit den Entfernungen des Hauptpunktes von den Grenzen der Atmosphäre vertauscht werden können, so hat man annähernd:

1) Bruhns, Astr. Strahlenbrechung, p. 66.

$H = 2ch$, d. i. nach (5):

$$(7) \quad H = 2R \left[\frac{n'-1}{57,3''} (1 - A) - 1 \right] = \text{ca. } 192,6 \text{ km.}$$

Danach würde die Bestimmung aus dem Dämmerungsbogen, wie sie Alhazen gegeben hat (sie führt auf eine Höhe von etwa 79 km), viel zu niedrig sein, und in der That folgt aus den Fresnel'schen Intensitätsformeln für reflectirtes unpolarisirtes Licht, dass die Alhazen'sche Beweisführung keineswegs das Vorhandensein noch höherer Luftschichten ausschliesst.

Nach jenen Formeln ist nämlich für eine einfallende Lichtmenge $= 1$, wenn durch e, b der Einfallswinkel und der Brechungswinkel bezeichnet werden, die Intensität des gespiegelten Lichtes:

$$J'' = \frac{1}{2} \cdot \frac{\sin^2(e-b)}{\sin^2(e+b)} \cdot \left[1 + \frac{\cos^2(e+b)}{\cos^2(e-b)} \right].$$

Da in unserem Falle die Reflexion an der dünneren Schicht erfolgt, das Brechungsverhältniss also $n : (n + \delta n)$ ist, so hat man $\sin b = (1 + \delta n) \sin e$, $\cos b = \cos e - \sin e \operatorname{tg} e \cdot \delta n$ und erhält nach Einführung dieser Werthe:

$$J'' = \frac{1}{2} \left[\frac{\delta n}{2 \cos^2 e - \delta n} \right]^2 \cdot [1 + (\sin^2 e - \cos^2 e)^2],$$

oder, da hier e in der Nähe von 90° bleibt, annähernd:

$$J'' = \left(\frac{\delta n}{2 \cos^2 e} \right)^2. \quad (8)$$

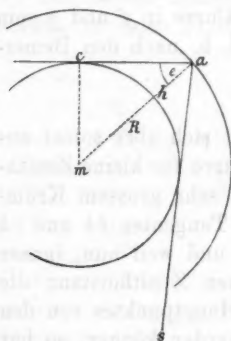


Fig. 4.

Wenn nun bei einer Spiegelung in der Höhe von 79 km die Dämmerung ihr Ende hat, d. h. die Sterne der kleinsten

$$J'' = \left(\frac{\delta n \cdot R}{4h} \right)^2.$$

Lichtintensität J_0 dem blossen Auge sichtbar werden, so folgt daraus doch nur, dass die Intensität der Spiegelung in dieser Höhe, $(\delta n \cdot R / 4.79)^2$, $< J_0$ geworden ist. Ob aber eine weitere Verringerung der Intensität eintritt, d. h. noch höhere spiegelnde Luftschichten vorhanden sind, entzieht sich der directen Wahrnehmung; die Möglichkeit kann wegen $J_0 > 0$ auf keinen Fall bestritten werden.

Dass die Atmosphäre bedeutend höher als 79 km ist ($\varrho : \zeta = 57,3''$ als richtig angenommen) ergibt sich auch aus der Differentialgleichung der astronomischen Refraction:

$$(9) \quad \delta \varrho = \frac{\frac{R}{R+h} \cdot \sin \zeta \cdot n'}{\sqrt{\left[n^2 - \left(\frac{R}{R+h} \right)^2 \sin^2 \zeta \cdot n'^2 \right]}} \cdot \frac{\delta n}{n},$$

welche für kleine Zenithdistanzen auf die Beziehung führt:

$$\delta \varrho > \frac{R}{R+h} \cdot \zeta n' \frac{\delta n}{n^2}.$$

Setzt man hier für h seinen Maximalwerth H , sodass die rechte Seite noch kleiner wird, so ist:

$$\delta \varrho > \frac{R}{R+H} \cdot \zeta n' \frac{\delta n}{n^2}$$

und nach Integration von der Grenze der Atmosphäre ($n = 1$) bis zur Erde ($n = n'$):

$$(8) \quad \varrho > \frac{R}{R+H} \cdot \zeta (n' - 1), \text{ woraus: } H > \left[\frac{\zeta}{\varrho} (n' - 1) - 1 \right] \cdot R,$$

also: $\zeta : \varrho = 1:57,3''$, $n' - 1 = 0,0002820$, $R = 6366,7$ km eingesetzt:

$$(10) \quad H > 96,3 \text{ km, vgl. (6).}$$

III. Die Symmetriepunkte der Atmosphäre und der Zenithpunkt des Strahles.

Symmetrisch nenne ich der Kürze wegen zwei conjugirte Punkte a, a' (Fig. 5), für welche die Divergenzwinkel des Strahles mit der Axe einander gleich sind, sodass:

$$(11) \quad \alpha = \alpha'.$$

Ihre Entfernungen vom Mittelpunkte der Erde seien D, D' . Nach der Gauss'schen Theorie ist das Verhältniss der Object- und Bildhöhe ($D : D'$), multiplicirt mit dem Ver-

hältniss der Tangenten der zugehörigen Divergenzwinkel ($\text{tg } \alpha : \text{tg } \alpha'$), gleich dem umgekehrten Verhältnisse der

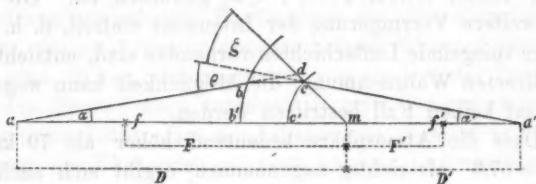


Fig. 5.

Brechungsquotienten des ersten und des letzten Mediums¹⁾, also:

$$\frac{D}{D'} \cdot \frac{\text{tg } \alpha}{\text{tg } \alpha'} = n', \text{ oder nach (11): } \frac{D}{D'} = n' \text{ und wegen (4):}$$

$$(12) \quad \frac{D}{D'} = \frac{F}{F'}, \quad \frac{F}{D} = \frac{F'}{D'}.$$

Eine zweite Bestimmungsgleichung für D , D' ergibt sich aus der von Gauss entwickelten Beziehung zwischen zwei Paaren conjugirter Punkte, z. B. den Knotenpunkten m und den Symmetriepunkten a , a' ²⁾. Dividirt man die Entfernungen des einen Paares m von den Brennpunkten, also F , F' , durch die Entfernungen der beiden Paare von einander, also durch D , D' ; so ist die Summe der Quotienten $= +1$, und man hat daher:

$$(13) \quad \frac{F}{D} + \frac{F'}{D'} = 1, \quad \text{mithin nach (12):}$$

$$\frac{2F}{D} = 1, \quad D = 2F, \quad D' = 2F'.$$

Hieraus ergeben sich sodann die Entfernungen der Symmetriepunkte von den Grenzen der Atmosphäre, nämlich: $ab' = 2F - R - H$, $a'c' = 2F' + R$, und: $F = 22\,924\,900$, $F' = 22\,918\,400$, $R = 6366,7$, $H = 200\text{ km}$ eingesetzt,

$$(14) \quad ab' = 45\,843\,200, \quad a'c' = 45\,843\,200 \text{ km.}$$

1) Mousson, 2. § 730 (7), 3. § 808 (19).

2) Mousson, 2. § 730 (4), 3. § 808 (16).

Die Symmetriepunkte sind also von den Grenzen der Atmosphäre annähernd gleich weit entfernt, und der Ein- und Austrittspunkt des zugehörigen Strahles, b und c , haben (wegen $\alpha = \alpha'$) gleichen Abstand von der Axe, sodass:

$$(15) \quad bc \parallel am.$$

Unter dem Zenithpunkte des Strahles verstehe ich (Fig. 6) den Durchschnittspunkt d seiner Anfangsrichtung mit dem verlängerten Ra-

dius des Beobachtungs-ortes. Es seien a, a' zwei beliebige conjugirte Punkte,

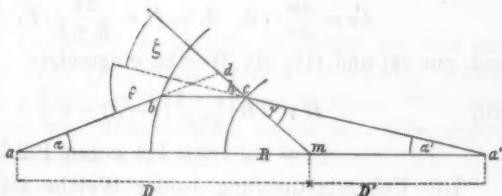


Fig. 6.

deren Entfernung vom Erdcentrum D, D' , die Divergenzwinkel des zugehörigen Strahles α, α' ; so hat man nach dem soeben angeführten Satze in der Nähe des Zenithes:

$$(16) \quad \frac{D}{D'} \cdot \frac{\alpha}{\alpha'} = n'.$$

Aus $\Delta mca'$ folgt aber, wegen $\gamma = \zeta$:

$$\frac{D'}{R} = \frac{z}{\alpha'}, D' \alpha' = R z,$$

und dies in (16) eingesetzt:

$$(17) \quad \frac{D}{R} \cdot \frac{\alpha}{z} = n'.$$

Ferner ist in Δmad , wenn man die Höhe des Zenithpunktes durch h bezeichnet:

$$\frac{\alpha}{z + \varrho} = \frac{R + h}{D}, D \alpha = (R + h) \cdot (\zeta + \varrho),$$

sodass sich (17) in:

$$(18) \quad \left(1 + \frac{h}{R}\right) \left(1 + \frac{\varrho}{z}\right) = n'$$

verwandelt. Hieraus ergibt sich, wenn für $\varrho:z$ der Werth (2) eingesetzt wird:

$$(19) \quad h = [(n' - 1) - 57,3'' n' (1 + A)] \cdot R = \text{ca. } 0,027 \text{ km.}$$

Die Höhe des Zenithpunktes ist für Zenithdistanzen bis gegen 1° von ϱ und ζ unabhängig, d. h. der Zenithpunkt hat für denselben Ort R und denselben Luftzustand n' eine unveränderliche Lage.

IV. Zweiter Näherungswerth für H ; Genauigkeitsgrenze des Resultates.

Da wegen (15) die Dreiecke bcd und amd (Fig. 5) einander ähnlich sind, so hat man für den Symmetriepunkt a :

$$bc = \frac{am}{dm} \cdot cd, \text{ d. h. } H = \frac{2h}{R+h} \cdot F,$$

und, aus (4) und (19) die Werthe eingesetzt:

$$(20) \quad H = 2R \left[\frac{n'-1}{57,3''} (1-A) - n' \right] \\ = \text{ca. } 189,0 \text{ km gegen } 192,6 \text{ in (7).}$$

Die Uebereinstimmung beider Werthe zeigt, dass der durch Gleichsetzung der Entfernungen in (14) gemachte Fehler ohne wesentlichen Einfluss auf das Resultat der Rechnung ist; dass also in der That die Entfernungen der Symmetriepunkte von den Grenzen der Atmosphäre (für $\varrho: \zeta = 57,3''$ und $n'-1 = 0,000282$) einander nahe gleich sind.

Von den beiden Formeln für H in (7) und (20) ist übrigens die erste am genauesten, weil die Lichtcurve in der Nähe des Zenithes von einem Kreisbogen unendlich wenig abweicht.

Was die numerische Bestimmung $H = 192,6$ km anlangt, so würde unter der Voraussetzung, dass das in (2) angenommene Verhältniss der Refraction zur Zenithdistanz ($57,3''$) bis auf $1/1000$ des Betrages richtig ist, $A < 0,001$ zu setzen sein, und dieses würde in der Bestimmung der Höhe der Atmosphäre auf einen Fehler von wenigen Kilometern führen.¹⁾

V. Schlussbemerkungen.

Es liegt nahe, auf Grund der obigen Bestimmung eine neue Entwicklung der Differentialgleichung (9) der astronomischen Refraction zu versuchen.

1) Inzwischen hat sich mir ergeben, dass die numerischen Bestimmungen für $\varrho: \zeta$, $n'-1$ und H einer wesentlichen Correctur bedürfen.

Als Gesetz der Abnahme der Brechbarkeit mit der Höhe ergibt sich mit grosser Wahrscheinlichkeit die Beziehung:

$$(21) \quad h = \left(\frac{n' - n}{n - 1} \right)^m \cdot H,$$

die ganz ähnlich abgeleitet wird, wie das Bunsen'sche Absorptionsgesetz. Nach Einführung dieses Werthes würde dann die Lösung der Differentialgleichung keine Schwierigkeiten machen, und auch die Gleichung der Lichtcurve leicht zu finden sein.

Was die Constante m betrifft, so ergibt sie sich am sichersten aus einer genauen Refractionsbestimmung. Später werde ich den gefundenen Werth von m durch die Temperaturabnahme mit der Höhe prüfen, indem ich hoffe, durch einen mir verwandten Physiker, der voraussichtlich noch

Jahre lang in den Tropen verweilen wird, in den Besitz des bezüglichen Materials gesetzt zu werden.

Auch glaube ich nach meinen bisherigen Versuchen,

dass es mir gelingen wird, für die Abnahme der Brechbarkeit und die Bestimmung der Constanten aus der Beobachtung des Abendrothes directes Beweismaterial zu beschaffen. Es sei

(Fig. 7) cm der Erdradius und ca der Horizont des Ortes c ; in s', s'' stehe die Sonne t', t'' Stunden nach ihrem Untergange; $a'c$ und $a''c''$ seien die Höhen (h', h'') der spiegelnden Luftschichten, e' und e'' die bezüglichen Einfallswinkel. Alsdann ergibt sich leicht:

$$e' = \left(\frac{1}{2} - \frac{t'}{24} \right) \pi, \quad e'' = \left(\frac{1}{2} - \frac{t''}{24} \right) \pi,$$

$$h' = (1 - \sin e') R, \quad h'' = (1 - \sin e'') R,$$

und nach (8) als Intensität der Spiegelung an den Schichten h', h'' , deren Brechungsverhältnisse durch n', n'' bezeichnet seien:

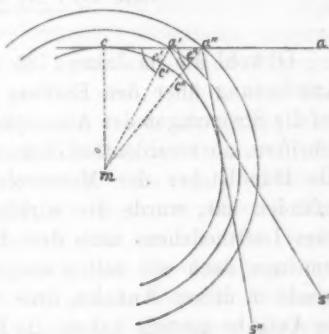


Fig. 7.

$$J' = \left(\frac{\delta n'}{2 \cos^2 e'} \right)^2, \quad J'' = \left(\frac{\delta n''}{2 \cos^2 e''} \right)^2.$$

Misst man nun mittelst eines guten Photometers die Intensität J' , J'' , so kann die Abnahme der Brechbarkeit zwischen zwei benachbarten Schichten in der Höhe h' , h'' , h''' etc. berechnet werden; denn es ist:

$$\delta n' = 2 \cos^2 e' \sqrt{J'}, \quad \delta n'' = 2 \cos^2 e'' \sqrt{J''} \text{ etc.}$$

Chemnitz, Februar 1881.

**X. Ueber die Bahnlinien eines freien Theilchens auf der rotirenden Erdoberfläche und deren Bedeutung für die Meteorologie;
von Dr. A. Sprung.**

Obwohl die im Jahre 1735 von Hadley ausgesprochene Anschauung über den Einfluss der Axendrehung der Erde auf die Strömungen der Atmosphäre, besonders durch Dove's Schriften, ausserordentlich bekannt geworden ist und in fast alle Handbücher der Meteorologie und Physik Aufnahme gefunden hat, wurde die wirkliche Construction der Bahn eines Lufttheilchens nach dem Hadley'schen Princip im allgemeinen doch nur selten ausgeführt. Indessen findet man gerade in diesen Annalen drei Abhandlungen¹⁾, welche sich die Aufgabe gestellt haben, die Bahnlinien der Winde streng zu berechnen, und zwar unter der entweder bestimmt ausgesprochenen, oder dem Sinne nach leicht erkennbaren Voraussetzung, dass die Lufttheilchen als frei bewegte Massenpunkte zu betrachten seien. Es handelt sich also in diesen Arbeiten um ein streng zu formulirendes mechanisches Problem, nämlich um die freie Bewegung (Trägheitsbewegung) eines Massenpunktes, welcher gezwungen ist, auf einer rotirenden Oberfläche zu verharren. Seit dem Jahre 1858 hat eine Reihe

¹⁾ von Bayer, Pogg. Ann. 104. p. 477. 1858. — Ohlert, Pogg. Ann. 110. p. 234. 1866; — Mousson, Pogg. Ann. 120. p. 652. 1866.

von Mathematikern sich mit dieser Aufgabe beschäftigt, und von Coriolis¹⁾ wurde etwa im Jahre 1861 ein allgemeiner Satz aufgestellt, nach welchem jedes Problem der relativen Bewegung auf ein Problem der absoluten Bewegung zurückgeführt werden kann. Aus diesen analytischen Untersuchungen ergibt sich nun zur Evidenz, dass das Hadley'sche Princip den Einfluss der Axendrehung der Erde auf Bewegungen parallel ihrer Oberfläche nur sehr unvollkommen zum Ausdruck bringt, sodass auch die darauf basirten Rechnungen in den oben angeführten drei Arbeiten nothwendiger Weise zu unrichtigen Resultaten führen mussten.

Von besonderem Interesse erscheint aber die älteste von ihnen (von v. Baeyer) dadurch, dass darin Reflexionen auftreten, welche die Tendenz verrathen, sich von der Hadley'schen Vorstellung zu befreien; p. 380 heisst es: „Ein Lufttheilchen, welches auf der ruhenden Oberfläche unseres Rotationssphäroids unter einem bestimmten Winkel gegen den Meridian in Bewegung gesetzt wird, und in der ihm gegebenen Richtung seinen Weg ohne jede Hemmung und Störung unter dem allgemeinen Einfluss der Schwere fortsetzt, wird eine kürzeste Linie beschreiben Denken wir uns jetzt das Erdsphäroid aus dem betrachteten Zustande der Ruhe in Bewegung versetzt, so wird das Lufttheilchen, wo es in der Richtung α in Bewegung gesetzt wird, bereits eine Bewegung im Sinne der Rotation besitzen, es kann daher auch nicht mehr eine kürzeste Linie beschreiben, sondern sein Weg wird die Abwicklung der kürzesten Linie, nach diesem ihm innewohnenden Rotationsverhältniss, auf der sphäroidischen Oberfläche sein“. Leider werden diese fruchtbaren Vorstellungen im Verlaufe der mathematischen Deduction zu Gunsten der Hadley'schen Theorie wieder vollständig bei Seite gelassen. Als ich, erst in diesem Jahre, mit der v. Baeyer'schen Abhandlung bekannt wurde, erinnerten mich obige Zeilen lebhaft an ein Verfahren, welches ich im Jahre 1879 angewandt habe, um die Entstehung der

1) Coriolis, Journ. de l'école polytechn., 15. p. 142.

Ann. d. Phys. u. Chem. N. F. XIV.

relativen Bahnen in einfacheren Fällen eines rotirenden Systemes, wie die Erde es darstellt, zur Anschauung zu bringen und darauf auch eine Ableitung der Gleichungen der relativen Bewegung zu gründen¹⁾. Meine Betrachtung war einfach folgende: Wenn eine ebene Scheibe gleichförmig rotirt, so wird ein Körper oder Massenpunkt, welcher entweder von gar keinen, oder von solchen Kräften beeinflusst wird, deren Richtung in die Normale zur Scheibe fällt, absolut genommen in einer geraden Linie gleichförmig fortschreiten, und die relative Bahn auf der Scheibe ist die continuirliche Reihe der Punkte, welche successive mit dem Körper in Berührung kommen. Diese Vorstellung, welche offenbar mit derjenigen des Generals v. Baeyer im Grunde übereinstimmt, kann auf das in Rede stehende rotirende System des Erdsphäroids ausgedehnt werden; dabei ergibt sich aber sogleich, dass der erste Theil des obigen Citates aus v. Baeyer's Abhandlung eine Unrichtigkeit enthält: der Weg des Massenpunktes auf dem ruhend gedachten Erdsphäroid könnte nur dann eine (mit constanter Geschwindigkeit durchlaufene) kürzeste oder geodätische Linie sein, wenn die Anziehungskraft der Erde überall zur Oberfläche normal stände; in Wirklichkeit steht aber die Schwerkraft, d. h. die Resultirende aus Anziehungskraft und Centrifugalkraft, senkrecht zur Erdoberfläche, letztere ist also nur vermöge ihrer Rotation eine Niveaufläche. Wird sie ohne Gestaltsänderung in Ruhe versetzt, so erfolgt die der Oberfläche parallele Bewegung eines Körpers unter dem Einflusse einer horizontalen, polwärts gerichteten Kraft, welche eine Componente der Anziehungskraft bildet und ihrer Grösse nach leicht angegeben werden kann. Bezeichnet man nämlich die Polhöhe des Massenpunktes auf der Erdoberfläche (welche hier und im Folgenden ganz allgemein nur als Rotationskörper betrachtet werden soll) mit φ , den Abstand von der Axe mit r und die Winkelgeschwindigkeit der Erd-

1) A. Sprung: Studien über den Wind und seine Beziehungen zum Luftdruck, Theil I: Zur Mechanik der Luftbewegungen; aus dem Archiv der Deutschen Seewarte Nr. 1. 1879. — Zeitschrift der Oesterr. Ges. für Meteorol. 15. 1880.

rotation mit ω , so ist die Beschleunigung¹⁾ jener horizontalen und polwärts gerichteten Componente der Anziehungskraft gleich dem Ausdrucke:

$$r\omega^2 \sin \varphi,$$

welcher die horizontale, zum Aequator gerichtete Componente der Centrifugalkraft bei relativer Ruhe eines Massenpunktes auf der rotirenden Erdoberfläche darstellt; denn die Bedingung, dass diese beiden horizontalen Kräfte einander das Gleichgewicht halten, bestimmt gerade die Gestalt der rotirenden Erdoberfläche.

Am Pole und am Aequator hat diese Kraft den Werth Null und erreicht etwa für $\varphi = 45^\circ$ ihr Maximum; auf der Calotte vom Pole bis 45° Breite verhält sich dieselbe also ähnlich, wie beim sphärischen Pendel für Elevationswinkel zwischen 0° und 90° die Componente der Schwerkraft, unter deren Einflusse das Pendel seine Bewegungen ausführt. Im allgemeinen wird daher die „freiwillige“ absolute Bewegung eines Körpers, welcher nicht an der Rotation der Erdoberfläche Theil nimmt, sondern ohne Reibung auf derselben hingeleitet, ebenfalls in ununterbrochenen Oscillationen um den Pol als Centrum bestehen; erfolgte die ursprüngliche Bewegung in der Richtung eines Meridians, so wird der Körper diesen nie verlassen; erfolgte dieselbe in der Richtung eines bestimmten, von der Geschwindigkeit abhängigen Breitenparallels, so wird der Körper letzteren immerfort mit constanter Geschwindigkeit durchlaufen etc. etc.

Dass man aber behufs der Construction der relativen Trägheitsbewegung auf der rotirenden Erdoberfläche in der oben angedeuteten Weise von jener absoluten Bewegung ausgehen darf, ist gar nicht zu bezweifeln; weil nämlich von einem anderen Einflusse der rotirenden Oberfläche auf den bewegten Massenpunkt, als demjenigen einer starren, widerstehenden Wand, vollkommen abgesehen wird, so kann man sich diese rotirende Fläche als unendlich dünn und den ruhenden, gleichgestalteten Erdkörper eng umschliessend vorstellen, indem ja die wirkenden physikalischen Kräfte (An-

1) Der Kürze halber wird im Folgenden der Ausdruck „Kraft“ immer für die beschleunigende Kraft angewandt.

ziehungskraft) vom Bewegungszustande des Erdkörpers vollkommen unabhängig sind. Es erscheint somit lohnend, dem oben ausgesprochenen Probleme der absoluten Bewegung unter dem Einflusse der polwärts gerichteten Kraft $r\omega^2 \sin \varphi$ näher zu treten und dasselbe zunächst wenigstens approximativ zu behandeln, gerade so, wie man das Problem der Pendelschwingungen für unendlich kleine Amplituden besonders zu lösen pflegt.

In der Nähe des Poles ändert sich nämlich $\sin \varphi$ nur sehr langsam, r aber sehr schnell; man begeht hier also keinen grossen Fehler, wenn man dem $\sin \varphi$ den Grenzwert 1 im Pole beilegt und dementsprechend auch die Bewegungscomponenten parallel der Erdaxe vernachlässigt, d. h. die Bewegung als eine ebene betrachtet; der Fehler ist alsdann ein rein geometrischer und leicht abzuschätzen, indem ja die aus der besonderen Gestalt der Oberfläche entspringenden Kräfte bereits berücksichtigt sind. Mit Bezug auf die im Pole beginnenden und in der Tangentenebene liegenden Coordinaten x und y sind daher die Differentialgleichungen der Bewegung folgende:

$$(1) \quad \frac{d^2 x}{dt^2} = -r\omega^2 \cdot \frac{x}{r} = -x\omega^2, \quad \frac{d^2 y}{dt^2} = -r\omega^2 \cdot \frac{y}{r} = -y\omega^2.$$

(In aller Strenge gelten diese Gleichungen für die absolute Bewegung eines Flüssigkeitstheilchens parallel dem ebenen Grunde eines kreisförmigen, mit der Geschwindigkeit ω rotirenden Gefässes, in welchem die [tropfbare] Flüssigkeit einer zur Bodenfläche normalen Kraft unterworfen ist — soweit man sich nämlich diese absolute Bewegung als eine gänzlich unbehinderte vorstellen kann).

Die Gleichungen (1) stimmen mit denjenigen, auf welche man die Theorie der Schwingungen in einem elastischen Medium gründet, vollkommen überein; sie können (beispielsweise durch die Substitution x oder $y = e^{it}$) einzeln integriert werden und führen zu den endlichen Gleichungen¹⁾:

1) Man vgl. beispielsweise folgende Lehrbücher der Physik: Wüllner, 3. Aufl. 1. p. 443 u. 450; Mousson, 2. Aufl. 2. p. 531; Müller, 7. Aufl. 1. p. 278 u. 281. — Man findet an diesen Stellen auch die sogleich zu erörternde geometrische Darstellung angegeben.

$$(2) \quad \begin{cases} x = a \sin \omega t \\ y = b \cos \omega t, \end{cases}$$

$$(3) \quad \begin{cases} U_x = a \omega \cos \omega t \\ U_y = -b \omega \sin \omega t, \end{cases}$$

aus welchen ersichtlich ist, dass sich der Punkt in einer Ellipse bewegt, welche die Längen a und b zu Halbaxen hat; denn aus (2) ergibt sich die Gleichung der Ellipse: $(x/a)^2 + (y/b)^2 = 1$.

Setzt man:

$$(4) \quad \omega = \frac{2\pi}{T},$$

so bedeutet T die ganze Umlaufszeit des Punktes in der Ellipse, denn nach einer Zeit $t = T$ erreichen alle Coordinaten sowohl, als auch die Geschwindigkeitscomponenten U_x und U_y dieselben Werthe, welche sie zur Zeit $t = 0$ hatten; da nun aber ω die Winkelgeschwindigkeit der rotirenden Fläche bedeutet, so lehrt die Gleichung (4), dass die Umlaufszeit der absoluten (elliptischen) Bewegung mit derjenigen der rotirenden Fläche übereinstimmt.

Die absolute Bewegung des Punktes kann nun mit Leichtigkeit construirt werden. Man wähle beispielsweise die Umlaufszeit T der Oberfläche (und des Massenpunktes) zu 24 Secunden (vgl. Fig. 10 auf Taf. I), zerlege die Peripherie eines über dem Durchmesser $2a$ construirten Kreises in 24 gleiche Theile und fälle von den Theilpunkten aus Normalen auf den Durchmesser, was in diesem Falle durch paarweise geradlinige Verbindung der zu $2a$ symmetrisch gelegenen Theilpunkte ausgeführt werden kann. Die 12 Durchmesser, welche die 24, in der Peripherie gelegenen Theilpunkte verbinden, zerlegen gleichzeitig einen über der kleinen Axe $2b$ construirten Kreis in 24 gleiche Stücke; von den Theilpunkten dieser kleinen Kreisperipherie fälle man Normalen auf den zu $2a$ senkrechten Durchmesser $2b$ und verlängere sie beiderseits bis zum grösseren Kreise. Rechnet man die Zeit t von demjenigen Momente an, in welchem sich der Körper im Endpunkte des Radius b befindet, so liegen die mit 0, 1, 2, 3.... bezeichneten Durchschnittspunkte der beiden Normalensysteme auf der durch die Gleichungen (2), (3) und (4) für $T = 24$ charakterisirten elliptischen Bahn, aus wel-

cher sich die entsprechende relative Bewegung in folgender Weise ergibt.

Der absoluten Bewegung des Körpers bis zu den Punkten 1, 2, 3.... entspricht eine Rotation der Fläche um einen Winkel ω , 2ω , 3ω; offenbar findet man demnach im Momente $t = 0$ diejenigen Punkte I, II, III.... der rotirenden Fläche, welche nach 1, 2, 3.... Sekunden mit dem Körper in Berührung kommen werden, dadurch, dass man auf den durch 1, 2, 3.... gelegten concentrischen Kreisen beziehungsweise um die Kreisbögen $r_1\omega$, $2r_2\omega$, $3r_3\omega$ nach rückwärts, der Rotationsbewegung der Fläche entgegengeht. Dabei ergibt sich nun in augenfälliger Weise das wichtige Resultat, dass die relative Trägheitsbahn aus einem Kreise besteht, welcher in der absoluten Umlaufszeit T zweimal, und zwar in solcher Weise durchlaufen wird, dass der Sinn der Drehung der entgegengesetzte ist von demjenigen der Rotation der Fläche.

Indem man hinsichtlich der Gestalt der elliptischen Bahn und der Richtung, in welcher der Körper sie durchläuft, verschiedene Modificationen eintreten lässt¹⁾, wird man im Stande sein, den Zusammenhang der absoluten und der relativen Bewegung unmittelbar geometrisch klar vor Augen treten zu lassen und sich auch z. B. davon zu überzeugen, dass der Kreis für dieselbe relative Geschwindigkeit v stets dieselbe Grösse hat, möge er nun durch den Drehungspunkt M gehen oder in grösserer Entfernung davon verlaufen.²⁾ Ein Bestreben des bewegten Körpers, im Breitenkreise zu

1) Figur 10 z. B. unterscheidet sich von Fig. 11 nur dadurch, dass die Ellipse in entgegengesetztem Sinne durchlaufen wird; die relative Geschwindigkeit und der Trägheitskreis sind infolge dessen etwa $2^{1/2}$ mal so gross als in Fig. 10.

2) Mit Hülfe einer Kreidekugel, welche man auf einer paraboloidisch geformten rotirenden Schreibtisch dahinrollen lässt, wird man eine autographische Darstellung dieser relativen Trägheitsbahnen ausführen können; die unvermeidliche Reibung wird sich nur darin manifestiren, dass die (annäherungsweise kreisförmigen) Curven allmählich enger und enger werden. Als zweckmässige Dimensionen des Apparates empfehle ich folgende: Durchmesser der paraboloidischen Schale: 120 cm; Vertiefung der Mitte: 10 cm. Hierbei muss die Umlaufszeit T 2,7 Sekunden betragen.

verharren oder den Parallelismus mit den Breitenkreisen zu erreichen, wie die Hadley-Dove'sche Theorie es annahm, ist also durchaus nicht vorhanden; für jedes Azimuth der Bewegung ist die Tendenz, nach rechts von der jeweiligen Bewegungsrichtung abzuweichen, ganz genau dieselbe.

Versuchen wir jetzt, der obigen Construction mit der Rechnung zu folgen. Die relative Bewegung werde auf ein mit dem rotirenden Systeme fest verbundenes Coordinatensystem (ξ, η) bezogen, welches in dem Momente $t = 0$ (den die Figur wiedergibt) mit x, y zusammenfällt. Bezeichnet man mit B den Winkelabstand von der y -Axe zur Zeit t in der absoluten, mit β den entsprechenden Abstand von der η -Axe in der relativen Bewegung, so ist offenbar:

$$(5) \quad \beta = B - \omega t.$$

Ferner, wenn r den Radiusvector zur Zeit t bezeichnet:

$$(6) \quad \begin{cases} x = r \sin B \\ y = r \cos B \end{cases} \quad (7) \quad \begin{cases} \xi = r \sin \beta \\ \eta = r \cos \beta \end{cases}$$

Aus (5) ist abzuleiten:

$$(8) \quad \begin{cases} r \sin \beta = r \sin B \cos \omega t - r \cos B \sin \omega t \\ r \cos \beta = r \cos B \cos \omega t + r \sin B \sin \omega t, \end{cases}$$

oder, indem man x, y aus (2) in (6), $r \sin B$ und $r \cos B$ aus (6) in (8) und endlich $r \sin \beta$ und $r \cos \beta$ aus (8) in (7) substituirt:

$$\begin{aligned} \xi &= (a - b) \sin \omega t \cos \omega t \\ \eta &= b \cos^2 \omega t + a \sin^2 \omega t = a - (a - b) \cos^2 \omega t. \end{aligned}$$

Hierfür aber kann unter Anwendung bekannter goniometrischer Formeln geschrieben werden:

$$(9) \quad \xi = \frac{a-b}{2} \sin 2\omega t, \quad \eta = -\frac{a-b}{2} \cos 2\omega t + \frac{a+b}{2}.$$

$\frac{1}{2}(a-b)$ ist der Radius des gesuchten Kreises, $\frac{1}{2}(a+b)$ der Abstand seines Mittelpunktes m vom Drehungspunkte M auf der η -Axe.

Anstatt nun, wie hier geschehen, bei der Construction von der absoluten Bewegung auszugehen, kann man auch umgekehrt verfahren, indem man sich für irgend eine Entfernung b des Körpers vom Drehungsmittelpunkte M die beliebige relative Geschwindigkeit v_0 in beliebiger Richtung

gegeben denkt; zur Vereinfachung werde indessen angenommen, dass v_0 auf dem Radius vector b senkrecht stehe, und zwar sei v_0 im Sinne der Rotation des Systemes (von West nach Ost) positiv gerechnet. Alsdann ist $v_0 + b\omega$ die absolute west-östliche Geschwindigkeit des Körpers zur Zeit $t = 0$, für welche sich nach (3) der Ausdruck: $(U_x)_0 = a\omega$ ergibt; man hat also die Relation:

$$(10) \quad a\omega = v_0 + b\omega, \text{ oder } a - b = \frac{v_0}{\omega},$$

durch welche die Gleichungen (9) schliesslich in folgende übergehen:

$$(11) \quad \xi = \frac{v_0}{2\omega} \sin 2\omega t, \quad \eta = -\frac{v_0}{2\omega} \cos 2\omega t + \left(b + \frac{v_0}{2\omega}\right).$$

Somit ist:

$$(11') \quad \left\{ \begin{array}{l} \rho = \frac{v_0}{2\omega} \text{ der Radius des Trägheitskreises,} \\ \eta_m = b + \frac{v_0}{2\omega} \text{ die } \eta\text{-Coordinate seines Mittelpunktes } m. \end{array} \right.$$

Diese Gleichungen geben uns über die relative Trägheitsbewegung des Körpers jeden gewünschten Aufschluss. Zunächst kann man ableiten:

$$\frac{d\xi}{dt} = v_0 \cos 2\omega t; \quad \frac{d\eta}{dt} = v_0 \sin 2\omega t.$$

$$\text{Daraus aber: } v = \sqrt{\left(\frac{d\xi}{dt}\right)^2 + \left(\frac{d\eta}{dt}\right)^2} = v_0,$$

d. h. die relative Trägheitsbewegung ist eine gleichförmige, unterscheidet sich also von der absoluten Trägheitsbewegung im freien Raume nur dadurch, dass ihre Bahn nicht geradlinig, sondern gekrümmt ist. Bei dem für unsere Figuren angenommenen Drehungssinn des Systemes, welcher mit demjenigen der Nordhemisphäre übereinstimmt, liegt der Krümmungsmittelpunkt stets auf der rechten Seite der Bahn, denn die Mittelpunktscoordinate η_m des Kreises wird $< b$, sobald v_0 negativ wird, d. h. die ursprüngliche relative Geschwindigkeit von Ost nach West gerichtet ist. (Für $v_0 = 0$ wird $\eta_m = b$, $\rho = 0$ und $a = b$, d. h. der Punkt bleibt in relativer Ruhe, während seine absolute Bahn aus einem Kreise besteht. — Für $v_0 = -b\omega$ wird $\eta_m = +\frac{1}{2}b$ und $a = 0$: die absolute Bahn besteht aus einer Pendelbe-

wegung in einer geraden Linie. Nun wechselt a das Vorzeichen, d. h. für noch geringere Geschwindigkeiten v_0 werden die Ellipsen in entgegengesetztem Sinne durchlaufen. — Für $v_0 = -2b\omega$ wird $\eta_m = 0$, $\rho = b$ und $a = -b$: der Mittelpunkt m des relativen Trägheitskreises fällt mit dem Drehungsmittelpunkte M zusammen, die absolute Bahn ist wieder, wie für $v_0 = 0$, ein Kreis, der Sinn der Rotation aber der entgegengesetzte, wie vorher).

Die Winkelgeschwindigkeit 2ω der relativen Trägheitsbewegung ist doppelt so gross als diejenige der Rotation des Systemes, die relative Bahn wird somit in der Umlaufszeit T des Systemes zweimal durchlaufen. Auch die Figuren ergeben unmittelbar — wie oben schon angedeutet — eine Umlaufszeit von 12 Secunden, während für das System 24 Secunden angenommen waren. Da nun unsere Untersuchung mit einem hohen Grade der Annäherung auf die Umgebung des Nordpols der Erde angewandt werden kann, so gelangt man direct zu dem interessanten Resultate, dass ein an die Erdoberfläche gebundener, sonst aber vollkommen frei bewegter Körper von der ursprünglichen Richtung doppelt so stark abweicht, wie die Ebene des Foucault'schen Pendels.

Der Werth von ω ist 0,000 072 92 m, sodass sich die die Länge des Radius ρ bei einer Geschwindigkeit von $v = 10$ m, welche derjenigen eines frischen Windes gleichkommt, zu etwa 69 km ergibt; der Körper überschreitet also bei dieser Geschwindigkeit nur wenig den Raum zwischen zwei aufeinanderfolgenden Breitengraden.

Auf einer nicht rotirenden Ebene kann eine Bahn, wie sie sich für die relative Bewegung als Trägheitsbahn ergeben hat, durch eine stets von links nach rechts, senkrecht zur jeweiligen Richtung wirkende physikalische Kraft $A = v^2/\rho$ erzeugt werden: substituirt man aber für ρ den Werth aus (11'), so kommt:

$$(12) \quad A = 2v\omega.$$

Die Bewegung auf der rotirenden Umgebung des Poles darf man somit wie eine absolute behandeln, wenn man ausser allen, für gewöhnlich zu berücksichtigenden Kräften

noch diese eine Kraft A hinzufügt; dieselbe wird in der neueren Meteorologie als „ablenkende Kraft der Erdrotation“ bezeichnet.

Ein Luftstrom in der Nähe des Nordpales kann in irgend welcher Richtung nur dann geradlinig fließen, wenn eine von rechts nach links gerichtete Kraft im Betrage von $2v\omega$ diese Abweichung von der Trägheitsbahn ermöglicht; der Luftdruck wird also dementsprechend im Luftstrome von links nach rechts ansteigen müssen. — Ebenso würde die Flüssigkeit in einem irgendwie gerichteten geradlinigen Flussbette rechts ein wenig höher stehen als links, und zwar ergibt sich, unabhängig von der Natur der tropfbaren Flüssigkeit:

$$\frac{H - H_0}{L} = \frac{2v\omega^1}{g}$$

wenn $H - H_0$ die Höhendifferenz zwischen den beiden Fluss-

1) Es wird sogleich bewiesen werden, dass dieser Gleichung in irgend einer Breite φ die folgende entspricht:

$$g(H - H_0) = 2v\omega \sin \varphi \cdot J.$$

Beispielsweise hat $2\omega \sin \varphi$ für $\varphi = 50^\circ$ den Werth 0,000 111 7; für eine Flussbreite $L = 100$ m und eine Geschwindigkeit $v = 10$ m ergibt sich hieraus $H - H_0 = 0,0114$ m. In jeder Horizontalschicht ist somit der Druck des Wassers rechts um etwa 1,14 cm Wasserhöhe grösser als links. Dieser Betrag erscheint allerdings sehr unbedeutend; indessen ist der Geologe daran gewöhnt, geringfügige, aber constante Einflüsse grosse Wirkungen hervorbringen zu sehen. Daher dürfte die so häufig wiederkehrende und beispielsweise am unteren Laufe der Elbe, Weser, Themse, Seine und Gironde, ferner an der Donau, Wolga und den übrigen süd-russischen Flüssen so deutlich hervortretende Erscheinung, dass die rechte Seite des Flusses von Hügelreihen unmittelbar begrenzt wird, während sich links ein ziemlich breiter Streifen ganz flachen Landes am Strombette hinzieht, auf eine allmähliche Verlagerung des letzteren von links nach rechts durch die Axendrehung der Erde zurückzuführen sein. In neuerer Zeit hat diese bereits von Baer aufgestellte Erklärung vielfach Widerspruch gefunden.

Mit Leichtigkeit ergibt sich aus obigen Erörterungen die Beziehung zwischen Windrichtung, Windstärke und Luftdruckvertheilung, welche in dem Buys-Ballot'schen Gesetze einen empirischen Ausdruck gefunden hat. Näheres darüber findet man in den Arbeiten von Guldberg und Mohn im 12. Bd. der Zeitschr. der österr. Ges. für Meteor., p. 49, 177, 257 u. 273. 1877; ferner Sprung, Ann. d. Hydr. u. maritim. Meteorol. 8. Jahrg. p. 603. 1880 u. Beibl. 5. p. 237. 1881.

ufern, L die Breite des überall gleichschnell fliessenden Flusses bezeichnet.

Der specielle Fall der Trägheitsbewegung in der Umgebung der Pole wurde im Vorstehenden besonders deswegen so ausführlich behandelt, weil sich hier die Construction der Bahnlinien auf Grund einiger allgemein bekannter Lehren der Physik ausführen lässt. Für andere geographische Breiten wird die Aufgabe erheblich schwieriger, indessen lassen sich auch hier mit Hülfe unserer Auffassung des Vorganges einzelne Resultate unmittelbar gewinnen.

Der Zustand relativer Ruhe eines Körpers, welchen derselbe auf der Horizontalebene in irgend einer Polhöhe φ erfahrungsgemäss von selbst beibehält, besteht — absolut genommen — aus einer kreisförmigen Oscillation unter dem Einflusse einer polwärts gerichteten Componente $r\omega^2 \sin \varphi$ der Anziehungskraft der Erde. Für die bei der absoluten Bewegung erforderlichen Kräfte ist es nun aber offenbar ganz gleichgültig, ob der Breitenkreis von West nach Ost oder von Ost nach West mit der Geschwindigkeit $r\omega$ durchlaufen wird. In letzterem Falle ist aber die relative Bewegung des Körpers eine ostwestliche mit der relativen Geschwindigkeit $v = 2r\omega$; letztere Bewegung ist somit gerade so wie die relative Ruhe ein specieller Fall der relativen Trägheitsbewegung. Nur in zwei ganz bestimmten Fällen der relativen Geschwindigkeit vermag also ein freier Körper im Breitenkreise zu verharren, während man früher annahm, dass das schliessliche Resultat jeder Ablenkung durch die Erdrotation in einer Bewegung parallel den Breitenkreisen bestehe. — Leicht erkennt man, dass der horizontale Krümmungsradius des Breitenkreises, dessen Krümmung ja durch Vergleichung mit der geodätischen Linie (auf der Kugel mit dem grössten Kreise) bestimmt werden muss, gleich ist der Seitenlinie $r/\sin \varphi$ desjenigen Kegels, welcher in der Polhöhe φ die Erdoberfläche ringsum berührt. Die „ablenkende Kraft der Erdrotation“ ist also in diesem Falle $= (2r\omega)^2 \cdot (\sin \varphi / r)$, wofür nach der obigen Relation $v = 2r\omega$ der Ausdruck $A = 2v\omega \sin \varphi$ geschrieben werden kann. Die „ablenkende Kraft“ ist also

in der Breite φ (wenigstens für die Geschwindigkeit $v = 2r\omega$) kleiner als am Pole, wo sich der Werth $2v\omega$ ergeben hatte; die Richtung ist dieselbe wie dort: senkrecht zur Bahn, nach rechts auf der nördlichen, nach links auf der südlichen Hemisphäre, und zwar wird hierdurch der Einfluss der Erdrotation vollständig repräsentirt, weil die betrachtete relative Trägheitsbewegung eine gleichförmige ist.

Zur Vervollständigung und Generalisirung dieses Resultates möge das allgemeine Problem der absoluten Bewegung unter dem Einflusse der polwärts gerichteten Kraft $r\omega^2 \sin \varphi$ hier kurz behandelt werden.

Bezeichnet V die absolute Geschwindigkeit parallel der Oberfläche des Rotationskörpers, Θ das Azimuth der absoluten Bewegung (von Nord über Ost nach Süd positiv gerechnet), und ds das Bahnelement, so wird das Princip der lebendigen Kraft durch folgende Gleichung dargestellt:

$$d(\frac{1}{2} V^2) = r\omega^2 \sin \varphi ds \cos \Theta.$$

Da aber, wie geometrisch unmittelbar ersichtlich, $-dr/(ds \cos \Theta) = \sin \varphi$, so kann dieselbe geschrieben werden:

$$d(\frac{1}{2} V^2) = -r\omega^2 dr,$$

aus deren Integration sich ergibt:

$$(13) \quad V^2 = D - r^2 \omega^2$$

(D eine Constante). Ferner liefert das Princip der Erhaltung der Flächen:

$$(14) \quad V \sin \Theta = \frac{C}{r}.$$

In diesen beiden Gleichungen ist das allgemeine Problem enthalten und bis zu einem gewissen Grade bereits gelöst. Aus (14) ergibt sich nämlich zunächst: $V^2 \cos^2 \Theta = V^2 - C^2/r^2$, und nach Einführung des Werthes von V^2 aus (13):

$$(15) \quad V \cos \Theta = \sqrt{D - r^2 \omega^2 - \frac{C^2}{r^2}}.$$

Die Ausdrücke (14) und (15) enthalten die west-östliche und die süd-nördliche Componente der absoluten Geschwindigkeit als Functionen des Abstandes r von der Axe; man hat davon nur die Geschwindigkeiten der Erdoberfläche an der betreffenden Stelle zu subtrahiren, um die entsprechenden Componenten $v \sin \vartheta$ und $v \cos \vartheta$ der relativen Geschwindigkeit zu erhalten; dabei ergibt sich:

$$(16) \quad v \sin \vartheta = \frac{C}{r} - r\omega, \quad v \cos \vartheta = \sqrt{D - r^2 \omega^2 - \frac{C^2}{r^2}}.$$

Durch Quadriren und Addiren dieser Gleichungen gelangt man zur folgenden:

$$(17) \quad v^2 = D - 2C\omega = v_0^2.$$

Die Geschwindigkeit der relativen Trägheitsbewegung ist also in jeder beliebigen Breite der Erdoberfläche constant, geradeso wie es sich oben für die Umgebung des Poles ergeben hatte.

Nach einem allgemeinen, für alle Rotationskörper gültigen Satze lässt sich ferner der Radius ϱ der geodätischen Krümmung einer beliebigen, in der Oberfläche des Rotationskörpers verlaufenden Curve durch:

$$\varrho = \frac{r \cos \vartheta ds}{d(r \sin \vartheta)}$$

ausdrücken; substituirt man aber in $d(r \sin \vartheta) = r \cos \vartheta d\vartheta + \sin \vartheta dr$ die beiden, aus der ersten der Gleichungen (16) mit Rücksicht auf (17) gewonnenen Werthe:

$$\cos \vartheta d\vartheta = -\frac{1}{v} \left(\frac{C}{r^2} + \omega \right) dr \quad \text{und} \quad \sin \vartheta = \frac{1}{v} \left(\frac{C}{r} - r\omega \right),$$

so kommt:

$$\varrho = -\frac{v \cos \vartheta ds}{2\omega dr}, \quad \text{oder, da} \quad \frac{\cos \vartheta ds}{-dr} = \frac{1}{\sin \vartheta}$$

$$(18) \quad \varrho = \frac{v}{2\omega \sin \vartheta}.$$

Dieser Werth des Krümmungsradius ϱ der relativen Trägheitsbahn entspricht vollkommen dem oben (vgl. Gl. 11') für die Umgebung des Poles gefundenen Werthe $\varrho = \frac{1}{2}v/\omega$, und lässt erkennen, dass die Bahn um so schwächer gekrümmt ist, jemehr man sich dem Aequator nähert; für letzteren selbst ($\vartheta = 0$) geht sie in die geodätische Linie über; auf der südlichen Hemisphäre ist ϑ negativ, und hat somit auch der Krümmungsradius das entgegengesetzte Vorzeichen wie auf der Nordhemisphäre: Der Krümmungsmittelpunkt liegt hier auf der rechten, dort auf der linken Seite der Trägheitsbahn. Der Beweis dieser Behauptung ist leicht mit Hülfe einer genaueren Betrachtung des Ausdrucks für $\sin \vartheta$ in der ersten der Gleichungen (16) zu

führen; setzt man z. B. fest, dass $\sin \vartheta = 0$ werden soll für $r = r_0$, so ist dieselbe zu schreiben:

$$\sin \vartheta = \frac{\omega}{v} \left(\frac{r_0^2}{r} - r \right).$$

Betrachtet man nun zwei Stellen der Erdoberfläche mit dem gleichen Abstände r_0 von der Axe, von denen die eine auf der nördlichen, die andere auf der südlichen Hemisphäre gelegen ist, so ist $\sin \vartheta$ in beiden Fällen $= 0$, d. h.: die Bewegung eine rein süd-nördliche; im weiteren Verlaufe dieser Bewegungen wird aber r auf der nördlichen Hemisphäre kleiner und damit $\sin \vartheta > 0$; auf der südlichen dagegen wird r grösser und damit $\sin \vartheta < 0$: der Körper entfernt sich also dort nach rechts, hier nach links aus dem Meridian.

Verfolgt man die Bewegung (beispielsweise für die nördliche Hemisphäre) noch weiter, so ergibt sich, dass:

$$\text{dem Werthe } \vartheta = 90^\circ \text{ der Abstand } r_1 = -\frac{v}{2\omega} + \sqrt{r_0^2 + \left(\frac{v}{2\omega}\right)^2}$$

$$'' \quad '' \quad \vartheta = 270^\circ \quad '' \quad '' \quad r_2 = +\frac{v}{2\omega} + \sqrt{r_0^2 + \left(\frac{v}{2\omega}\right)^2}$$

entspricht; den Werth 360° erreicht ϑ wieder für $r = r_0$, also in derselben geographischen Breite, in welcher $\vartheta = 0$ war, leicht kann man aber überschauen, dass der Körper hierbei nicht zum Meridian des Ausgangspunktes zurückkehrt, sondern einen weiter westlich gelegenen Meridian erreicht; da nämlich die Krümmung der Bahn continuirlich abnimmt, während ϑ die Werthe von 90° bis 270° durchläuft, so muss schon der südlichste Punkt der Bahn weiter westwärts liegen als der vorhergehende nördlichste Punkt. Die Bewegung ist also zwischen zwei bestimmte Breitenkreise eingeschlossen und führt den Körper in vielen, nahezu kreisförmigen Windungen allmählich nach Westen. Vermuthlich steht dieses Fortrücken im Zusammenhang mit einer Eigenthümlichkeit der entsprechenden absoluten Bewegung, welche dieselbe mit derjenigen des sphärischen Pendels gemein hat: bekanntlich zeigen hier die zeitlich aufeinanderfolgenden höchsten Lagen ein regelmässiges Fortschreiten in bestimmter Richtung auf einem horizontalen Kreise.

Die correcte Darstellung der relativen (oder absoluten)

Bahn in Form einer Gleichung zwischen den geographischen Coordinaten φ und λ setzt voraus, dass die Form des Rotationskörpers bekannt, also r als eine bestimmte Function der Polhöhe φ gegeben sei: $r = r(\varphi)$ (z. B. für die Kugel $r = R \cos \varphi$; für das Sphäroid $r = R \cos \varphi / \sqrt{1 - \varepsilon^2 \sin^2 \varphi}$). Da $v \sin \vartheta = r (d\lambda / dt)$, und $v \cos \vartheta = -1 / \sin \varphi (dr / d\varphi) (d\varphi / dt)$ ist, so wären die Gleichungen (16) zunächst zu schreiben:

$$(19) \quad \begin{cases} \frac{d\lambda}{dt} = \frac{C - r^2 \omega}{r^3} \\ \frac{d\varphi}{dt} = -\sin \varphi \frac{1}{\frac{dr}{d\varphi}} \sqrt{D - r^2 \omega^2 - \frac{C^2}{r^2}} \end{cases}$$

und hieraus ergibt sich durch Elimination von dt das auszuführende Integral:

$$(20) \quad \lambda = - \int_{\varphi_0}^{\varphi} \frac{(C - r^2 \omega) \frac{dr}{d\varphi} d\varphi}{r \sin \varphi \sqrt{D r^2 - r^4 \omega^2 - C^2}}$$

in welchem die Constanten D und C nach (16) durch die Werthe von v , ϑ und r , oder nach (14) und (15) durch die Werthe von V , Θ und r im Anfangszustande ausgedrückt werden können:

$$(21) \quad \begin{cases} D = v^2 + 2r_0^2 \omega^2 + 2vr_0 \omega \sin \vartheta_0 & (= V_0^2 + r_0^2 \omega^2) \\ C = r_0^2 \omega + vr_0 \sin \vartheta_0 & (= V_0 r_0 \sin \Theta_0) \end{cases}$$

Lohnend erscheint die Erledigung dieser auf elliptische Functionen führenden Aufgaben deswegen nicht, weil erstens die Function r von φ für die Erde nicht einmal ganz sicher angegeben werden kann, und zweitens die sorgfältige Ermittlung der Bahnlinien für die Meteorologie nur eine untergeordnete Bedeutung hat; denn die frühere Ansicht, dass die Lufttheilchen den Trägheitsbahnen wirklich folgten, ist durch die synoptischen Wetterkarten, welche die gleichzeitigen Zustände auf grossen Gebieten kennen lehren, vollkommen widerlegt. Man darf jetzt sogar behaupten, dass in Wirklichkeit nicht einmal der Krümmungssinn der Trägheitsbahnen der häufigere ist: es gibt viel mehr „cyclonal“ als „anticyclonal“ gekrümmte Windbahnen.

Von grösstem Interesse ist dagegen die Erkenntniss,

dass die Tendenz zur Richtungsänderung durch die Erdrotation weit grösser und allgemeiner ist, als man früher annahm; entsprechend der Gleichung (12) kann die von links nach rechts wirkende „ablenkende Kraft“ nach dem Werthe für φ in (18) geschrieben werden:

$$(22) \quad A = 2v\omega \sin \varphi$$

wo φ für die nördliche Hemisphäre positiv, für die südliche negativ zu nehmen ist. Die dynamischen Differentialgleichungen für horizontale Bewegungen auf der rotirenden Erdoberfläche sind somit bei einem rechtwinkligen Coordinatensystem, dessen positive y-Axe sich von der positiven Richtung der x-Axe aus nach links erstreckt, die folgenden:

$$(23) \quad \frac{d^2x}{dt^2} = X + 2\omega \sin \varphi \frac{dy}{dt}, \quad \frac{d^2y}{dt^2} = Y - 2\omega \sin \varphi \frac{dx}{dt}.$$

Bei Bewegungen einer Flüssigkeit bestehen die gegebenen Kräfte im allgemeinen nur aus den Druckkräften, sodass X und Y beziehungsweise durch $-1/\sigma (dp/dx)$ und $-1/\sigma (dp/dy)$ (σ = Dichtigkeit) zu ersetzen sind. Mit Bezug auf die Anwendung dieser Gleichungen und die bei beliebig gerichteten Bewegungen erforderliche Erweiterung derselben sei auf die in neuerer Zeit in erfreulicher Weise sich mehrenden theoretischen Untersuchungen meteorologischer Vorgänge hingewiesen¹⁾; da indessen im Anschluss an obige Vorstellungen die verticalen Kräfte leicht ermittelt werden können, so möge hier eine kurze Besprechung derselben folgen.

Bei Bewegungen parallel der Erdoberfläche hat der vertical nach unten gerichtete Druck N offenbar den Werth:

$$N = G - \frac{V^2}{R} = G - \frac{V^2 \cos^2 \theta}{R_1} - \frac{V^2 \sin^2 \theta}{R_2}.$$

worin G die verticale Componente der beschleunigenden Kraft der Anziehung, und R den Krümmungsradius desjenigen Normalschnittes bezeichnet, welcher die Richtung der absoluten Bewegung berührt; R_1 und R_2 aber bezeichnen

1) W. Ferrel: Meteorological researches; Report of the Superintendent of the U. S. coast- and geodetic survey for 1875 und 1878. — C. M. Guldberg et H. Mohn: Études sur les mouvements de l'atmosphère; programme de l'Université de Christiania pour 1876 et 1880. — J. Finger: Wien. Ber. p. 7. Jahrg. 1877 und 1880.

die Krümmungsradien der Hauptnormalschnitte des Rotationskörpers: parallel dem Meridian und dem Breitenkreise, und zwar ist:

$$\frac{1}{R_1} = -\sin \varphi \frac{d\varphi}{dr}, \quad \frac{1}{R_2} = \frac{\cos \varphi}{r}.$$

Für Θ ist das Azimuth ϑ der relativen Bewegung einzuführen; nach (14), (15) und (16) hat man:

$$V \cos \Theta = v \cos \vartheta; \quad V \sin \Theta = v \sin \vartheta + r\omega.$$

Demnach ist:

$$N = G - \left(\frac{v^2 \cos^2 \vartheta}{R_1} + \frac{v^2 \sin^2 \vartheta}{R_2} \right) - \frac{r^2 \omega^2}{R_2} - \frac{2rv\omega \sin \vartheta}{R_2},$$

oder, wenn in die letzten zwei Glieder der vorstehende Ausdruck für R_2 eingeführt wird:

$$(24) \quad N = \overbrace{G - r\omega^2 \cos \varphi} - 2v\omega \cos \varphi \sin \vartheta - \frac{v^2}{R'},$$

wo R' den Krümmungsradius des Normalschnittes parallel der relativen Bewegungsrichtung ϑ bedeutet. Die beiden ersten Glieder vereinigen sich zur Beschleunigung g der Schwerkraft:

$$(25) \quad G - r\omega^2 \cos \varphi = g.$$

Hat die Bewegung des Körpers eine verticale Componente, so wird dieselbe Gleichung (24) gültig sein, wenn darin v die Geschwindigkeit der horizontalen Projection der Bewegung, und ϑ deren Azimuth bedeutet. An der Grösse der Kraft N wird die verticale Componente der Bewegung nur dann etwas ändern, wenn letztere nicht gleichförmig ist, und zwar entspricht die Aenderung dem Ausdrucke d^2h/dt^2 für die verticale Beschleunigung. Der ganze Complex der verticalen Kräfte ist als eine modificirte Schwerkraft g zu betrachten, sodass derselbe — anstatt g allein — in die Differentialgleichung:

$$dp = -\sigma g dh$$

der barometrischen Höhenformel einzuführen ist, wenn man den Bewegungszustand der Atmosphäre bei Ableitung der Formel berücksichtigen will. Nach der Zustandsgleichung der Gase ist die Dichtigkeit σ in folgender Weise abhängig vom Druck p und der absoluten Temperatur T :

$$p = \sigma KT$$

(K die Gasconstante der atmosphärischen Luft).

Wird die Aenderung der Zusammensetzung der Luft mit der Höhe ausser Acht gelassen und die Temperaturabnahme nach oben — dem gewöhnlichen Gebrauche entsprechend — als constant betrachtet: $T = T_0 - \epsilon h$, so ergibt sich schliesslich folgende Differentialgleichung:

$$(26) \quad K \frac{dp}{p} = - \frac{dh}{T_0 - \epsilon h} \left(g - 2v\omega \cos \varphi \sin \vartheta - \frac{v^2}{R} + \frac{d^2 h}{dt^2} \right).$$

(Genau genommen ist g noch eine Function der Höhe h und der geographischen Breite φ .) Diese Gleichung ist für die Meteorologie insofern von grosser Bedeutung, als sie die horizontale Vertheilung des Luftdrucks in irgend einer Höhe h zu bestimmen gestattet, falls diese Vertheilung z. B. im Meeresniveau ($h = 0$) bekannt ist, und hinsichtlich der Beurtheilung der Temperaturen und des Bewegungszustandes genügende Anhaltspunkte gegeben sind.

Um beispielsweise die Grösse des Einflusses der horizontalen Luftbewegung auf die verticale Druckvertheilung kurz zu untersuchen, werde angenommen, dass die Temperatur überall $= T_0$, also $\epsilon = 0$ sei; da auch $d^2 h / dt^2 = 0$, so ergibt die Integration:

$$T_0 K l \frac{p_0}{p} = (h - h_0) \left(g - 2v\omega \cos \varphi \sin \vartheta - \frac{v^2}{R} \right).$$

Für die ruhende Atmosphäre hätte man:

$$(27) \quad T_0 K l \frac{p_0}{p} = (h - h_0) g.$$

Wird nun vorausgesetzt, dass p (der Luftdruck im oberen Niveau) in beiden Gleichungen denselben Werth hat, so ergibt die Subtraction:

$$T_0 K l \frac{p_0}{p_0} = (h - h_0) \left(2v\omega \cos \varphi \sin \vartheta + \frac{v^2}{R} \right).$$

Ersetzt man hierin $h - h_0$ durch den Werth aus (27), und die Verhältnisse p_0/p etc. durch die Verhältnisse B_0/B etc. der Barometerstände, so ergibt sich schliesslich:

$$(28) \quad \frac{B_0}{B} = \left(\frac{B_0}{B} \right)^{\frac{1}{g}} \left(2v\omega \cos \varphi \sin \vartheta + \frac{v^2}{R} \right).$$

Es bedeute z. B. $B = 620$ mm den Barometerstand der Schneekoppe, $B_0 = 748$ mm den entsprechenden Barometer-

stand zu Breslau (Niveaudifferenz etwa 1450 m), es sei ferner $v = 30$ m (Geschwindigkeit eines heftigen Sturmes) und $\varphi = 51^\circ$; alsdann berechnet sich der Exponent rechts zu $0,000\,280\,8 \sin \vartheta + 0,000\,0144$. Seine extremen Werthe und die entsprechenden Werthe von B_0 im Niveau von Breslau sind folgende:

	Exponent.	B_0 (mm)
für $\vartheta = 90^\circ$ (Westwind):	0,000 295 2	747,958,
für $\vartheta = 270^\circ$ (Ostwind):	— 0,000 266 4	748,037.

Daraus folgt, dass unter sonst gleichen Verhältnissen der Luftdruck an der Unterseite des 1450 m hohen, mit einer Geschwindigkeit von 30 m fließenden Luftstromes, bei gleichem Luftdruck an der Oberseite, bei Ostwind um etwa 0,079 mm höher sein wird als bei Westwind. Hätte man das Glied v^2/R' vernachlässigt, so würde sich für Westwind ergeben haben $B_0 = 747,960$, und die Differenz zwischen West- und Ostwind zu 0,080 mm. Der Einfluss dieses Gliedes ist somit sehr unbedeutend.

Uebrigens ist der ganze Effect der horizontalen Luftbewegungen insofern als sehr geringfügig zu bezeichnen, als die Luftdruckänderung von 0,08 mm an unseren Barometern kaum noch beobachtet werden kann. Da nun die horizontalen, durch die Axendrehung der Erde bedingten Kräfte von derselben Ordnung sind (Gl. 22), wie die soeben betrachteten verticalen, und in der Breite von 45° ihnen genau gleich werden, so erhebt sich die Frage, woher es komme, dass die ersteren für die Meteorologie von so grosser Bedeutung sind; der Grund liegt einfach darin, dass in horizontaler Richtung weit grössere Dimensionen zur Verfügung stehen. Kommt es doch z. B. gar nicht selten vor, dass das ganze Gebiet zwischen den Alpen und dem südlichen Skandinavien von ein und demselben Luftstrome eingenommen wird, wobei die Druckdifferenz zu beiden Seiten des Stromes (in der Richtung senkrecht zu den Isobaren gemessen) etwa 30–40 mm beträgt. Hieraus berechnet sich für die Länge eines Aequatorgrades (111 km) ein „Gradient“ von 2,5 bis 3,3 mm, und für die Länge von $1\frac{1}{2}$ km (wie sie oben in verticaler Richtung in Betracht gezogen wurde) ergibt sich

die mit unseren Barometern nicht mehr zu messende Differenz von 0,039 mm. Wird also in etwa 50° Breite ein bisher ruhendes, von West nach Ost sich erstreckendes Luftparallelepiped von $1\frac{1}{2}$ km Höhe und Breite in stürmische Bewegung versetzt, so muss sich gleichzeitig die Druckdifferenz an den einander gegenüber liegenden Flächen sowohl in horizontaler als auch in verticaler Richtung um etwa 0,04 mm ändern. Umgekehrt genügt aber auch die Erzeugung und Andauer so geringer Druckunterschiede, um die stürmische Bewegung allmählich hervorzurufen; im Grunde genügt hierzu aber schon die horizontale Druckdifferenz, und hätte man die Vorgänge, wenn sie sich in dieser Anordnung vollziehen, so aufzufassen, dass die Bewegung der Lufttheilchen im ersten Momente in der Richtung des Gradienten erfolgt, welche aber mit wachsender Geschwindigkeit und abnehmender Beschleunigung mehr und mehr verlassen wird, bis die Richtung der gleichförmig gewordenen Bewegung schliesslich zur Richtung des Gradienten senkrecht steht, oder — bei Anwesenheit von Reibungswiderständen, welche eine Componente des Gradienten parallel dem Luftstrom nach vorn erforderlich machen — sich dieser senkrechten Richtung wenigstens bis zu einem gewissen Grade nähert. Die Aenderung der verticalen Druckdifferenz ist erst als eine Folge des Bewegungszustandes zu betrachten, indem dessen Effect hier als eine blosser Verringerung der Schwerkraft aufgefasst werden kann.

Eine weitere wichtige Frage ist diejenige nach der Beziehung zwischen der verticalen Druckvertheilung und dem Zustande der Bewegung in derselben Richtung. Wenn ausser der Verschiedenheit des Druckes keine bewegenden Kräfte vorhanden sind, so ist die Gleichung (26) zu verwenden und geht für $v = 0$ über in:

$$T_0 K \frac{dp}{p} = -dh \left(g + \frac{d^2 h}{dt^2} \right).$$

Es werde angenommen, dass $d^2 h / dt^2 = b$ eine constante Grösse sei. Verfährt man ganz ähnlich wie vorher, so ergibt sich schliesslich:

$$\frac{B_0}{B} = \left(\frac{B_0}{B} \right)^{-\frac{b}{g}}.$$

(\bar{B}_0 ist der Werth des Barometerstandes B im unteren Niveau für den Zustand der gleichförmigen Bewegung). Fragt man z. B., wie gross b im Falle der oben angewandten Werthe für \bar{B}_0 und B werden wird, wenn die Relation $\bar{B}_0 \cdot 748,1 = B_0 \cdot 748,0$ besteht, die Druckdifferenz im Zustande der beschleunigten Bewegung also um 0,1 mm grösser ist als im Zustande der Ruhe oder gleichförmigen Bewegung, so ergibt sich eine aufwärts gerichtete Beschleunigung von $b = 0,007$ m pro Sec.

(Hat die Luft gleichzeitig eine ostwestliche Componente der Geschwindigkeit im Betrage von 25 bis 30 m, so wird die Druckabnahme von unten nach oben um $0,10 + 0,04 = 0,14$ mm grösser sein müssen als im Zustande der Ruhe.)

Wird auf irgend eine Weise, z. B. durch aufwärts gerichtete Abfuhr der Luft in der Höhe eine Zunahme der verticalen Druckdifferenz von 0,1 mm erzeugt und erhalten, so muss ein Aufsteigen der Luft eintreten, und man kann durch Integration der obigen Gleichung $d^2h/dt^2 = b$ die Geschwindigkeit ermitteln, welche die Lufttheilchen bei Zurücklegung einer Strecke $h - h_0$ von $1\frac{1}{2}$ km erlangen. Da b als constant vorausgesetzt wurde, so ergibt sich:

$$\frac{dh}{dt} = \sqrt{2b(h-h_0)}.$$

Für den obigen Werth von b erhält man $dh/dt = 4,58$ m pro Sec. Bei dieser verticalen Bewegung tritt bekanntlich infolge der Erdrotation wieder eine horizontale Componente der Bewegung auf, falls dieselbe nicht durch Druckdifferenzen verhindert wird. Die Tendenz, bei einer aufsteigenden Bewegung nach Westen abzuweichen, wird durch den Ausdruck $2(dh/dt) \omega \cos \varphi$ repräsentirt, wie mit Hülfe des Principes der Erhaltung der Flächen leicht nachgewiesen werden kann.

Hamburg, Juni 1881.

XI. Ueber die Vermittelung der Fernwirkungen durch den Aether; von Georg Helm in Dresden.

Schon vielfach ist die Aufmerksamkeit der Physiker auf die eigenthümliche Erscheinung hingelenkt worden, dass die

mathematischen Formen, auf welche die Potentialtheorie, insbesondere die Theorie der magnetischen und electricischen Erscheinungen führt, sich in der Hydrodynamik und Elasticitätslehre wiederfinden; oft lässt sich ja dieselbe Formel aus dem einen Gebiete in das andere umdeuten, aus der Theorie der Fernwirkungen in die Theorie des stetig den Raum erfüllenden Mediums. Englische Physiker haben versucht, diese innigen mathematischen Beziehungen zu neuen physikalischen Anschauungsweisen zu verwerthen: grundlegend in den allgemeinen Umrissen hat Faraday, in bestimmter mathematischer Ausdrucksweise Maxwell¹⁾ electricische und magnetische Erscheinungen dem Einflusse eines Mediums zugeschrieben, und von Thomson ist versucht worden, auf die Helmholtz'schen Integrale der hydrodynamischen Differentialgleichungen einen neuen Atomismus zu gründen.

Als Fortschritte inductiver Erkenntniss werden derartige Untersuchungen besonders dann angesehen werden können, wenn sie die Fernwirkungen zu dem Medium in Beziehung setzen, dessen Annahme bereits zur Erklärung der Strahlung erforderlich ist, zum Aether. Der Versuch, sich des Aethers zur Erklärung noch anderer Erscheinungen als der optischen zu bedienen, erscheint von vornherein als aussichtsvoll. Man muss ja, um die optischen Erscheinungen zu erklären, annehmen, dass der Aether ein Stoff sei, der sich nach den Differentialgleichungen des elastisch festen Körpers bewegt, bedient sich aber dann nur der transversalen Wellen, welche durch diese Gleichungen zugelassen sind. Aber dieselben Differentialgleichungen lassen noch mannichfache andere Vorgänge, longitudinale Wellen, statische Spannungszustände zu: es fragt sich, ob diese zur Erklärung nicht optischer Phänomene herangezogen werden können. Das Problem, das in diesem Aufsätze in Angriff genommen worden ist, stellt sich also zunächst in der Form dar: Haben die Begriffe und Functionen, auf welche die Gravitation, die electricischen und magnetischen Wirkungen zurückgeführt worden sind (z. B. Dichtigkeit, Potential, dielectricisches Moment, electricische Strömung u. s. f.), Bedeutung für den Aether, d. h. für einen

1) Maxwell, A treatise on electricity and magnetism. Oxford 1873.

Körper, der sich den Differentialgleichungen des elastisch festen Körpers gemäss bewegt. Ist dies der Fall, so wird sich daraus eine Auffassungsweise der Naturerscheinungen ergeben, welche die Fernwirkungen und die Strahlung umfasst, indem sie beide aus einheitlichen Gesichtspunkten mathematisch zu beschreiben vermag.

Die Optik stellt über ihren Aether fest, 1) nach welchen Gleichungen er sich bewegt, 2) dass es Aether von verschiedener Beschaffenheit gibt, dass nämlich die Bewegungsconstanten des Aethers der verschiedenen physischen Körper verschiedene Grösse besitzen, 3) dass zwischen dem Aether und den ponderablen Molecülen Energieübertragung stattfindet. Ueber die Art dieser Uebertragung lassen sich aber verschiedene Hypothesen bilden, die zur Erklärung der Emission, Absorption, Dispersion u. s. w. genügen. Für uns kommt nun auf diese Energieübertragung alles an, wenn wir eine Vermittelung der Fernwirkungen durch den Aether begründen, wenn wir nur überhaupt die Bewegung der Molecüle im Aether untersuchen wollen, oder mathematisch ausgedrückt: es kommt ausser auf die Differentialgleichungen des Aethers noch auf die zu erfüllenden Grenzbedingungen an. Es wird daher zunächst nöthig sein, dass wir uns eine bestimmte Vorstellung bilden über die Bewegung der Molecüle im Aether überhaupt, und dann wird es bei der Untersuchung der einzelnen Fernwirkungen erforderlich sein, Annahmen über die Energieübertragungen zu machen, welchen diese Wirkungen entspringen.

I. Die Bewegung der Molecüle im Aether. — Die Aberration des Lichtes nöthigt zu der Annahme, dass die Atome sich durch den Aether hindurchbewegen können, so dass dort, wo Aether ist, nach beliebig kurzer Zeit ponderable Materie (und umgekehrt) sein kann, ohne dass dabei ein Widerstand merklich wird. Nun darf man sich diese Bewegung der Atome keinesfalls vorstellen, wie die Bewegung eines starren Körpers in einer Flüssigkeit. Der Aether ist eben keine Flüssigkeit: seine Bewegungsgleichungen lassen nur unendlich kleine Verrückungen aus der Gleichgewichtslage zu, keine Aufhebung des Zusammenhanges der benach-

barten Theile auf die Zeit des Atomdurchganges durch das betreffende Raumelement. Es bleibt wohl kaum etwas anderes übrig, als die Annahme, dass alle Atome für den Aether durchdringlich sind. Diese Durchdringung darf jedoch nicht etwa so vorgestellt werden, dass Aether und Atome sich überhaupt gar nicht beeinflussen, dass die letzteren sich bewegen, als wäre der erstere nicht vorhanden. Denn dann wäre nicht nur Emission, Absorption, Dispersion unmöglich, es würde auch sogar eine mit der Aberration in innigster Beziehung stehende Erscheinung unerklärt bleiben, die Entrainirung¹⁾, wonach das Licht in bewegten Körpern eine andere, vom Brechungsexponenten und der Geschwindigkeit abhängige Fortpflanzungsgeschwindigkeit besitzt, als in ruhenden. Eine klare anschauliche Vorstellung von dem Vorgange der Durchdringung der Atome durch den Aether gewinnt man, wie mir scheint, wenn man sich einer anderen Hypothese erinnert, zu der die Aberration nöthigt. Denken wir uns die Erde auf ihrer Bahn um die Sonne. Der Aether des freien Weltraumes wird nach einiger Zeit Aether der Erdatmosphäre sein, und nach wenigen Secunden ist diese selbe Aethergruppe Aether des Objectivs eines Beobachtungsfernrohres u. s. f. Wir müssen daher annehmen, dass der Aether ausserordentlich rasch seinen Zustand zu wechseln vermag, da ja doch die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für Transversalwellen in dem angeführten Beispiele sich rasch ändert. Die ponderablen Molecüle, welche durch den Aether hindurchstreichen, ändern den Zustand seiner Beweglichkeit (seine Dichtigkeit oder seine Elasticität). Der Aether in den verschiedenen Körpern ist hiernach als überall aus gleichartiger Substanz bestehend zu denken, die nur unter dem Einflusse von Kräften, welche jenen Körpern charakteristisch sind, einen verschiedenen Grad der Beweglichkeit, verschiedene Werthe der Constanten ihrer Bewegungsgleichungen anzunehmen fähig ist. Nun ist ein physischer Körper im Sinne der Optik ein Conglomerat aus Aether von gewisser Beschaffenheit und aus Molecülen. Was man von dem einen dieser Bestandtheile behauptet, warum kann man es nicht

1) Vergl. Ketteler, Astronomische Undulationstheorie. Bonn 1878.

auch von dem anderen annehmen, warum nicht jedes Molecül sich denken als aus jener universellen Substanz bestehend, die einen anderen Grad der Beweglichkeit im freien Aether des Weltraumes, einen anderen im Aether eines Körpers — und eben abermals einen anderen Zustand im Molecül selbst besitzt? Denkt man sich Aether und Molecül als verschiedene Substanzen, so muss man 1) dem letzteren Durchdringlichkeit für den Aether, und 2) dem Aether die Fähigkeit, seine Dichtigkeit oder Elasticität, seine Beweglichkeit ändern zu können, zuschreiben. Denkt man sich aber Aether und Molecül als aus derselben Substanz bestehend, so bleibt nur die zweite dieser Annahmen erforderlich.

Ich nehme also an, dass die Molecüle kleine Volumina (in isotropen Körpern, von denen allein die Rede ist, Kugeln) seien, die mit demselben Stoffe, dem Aether, erfüllt sind, der sich auch ausserhalb derselben, den ganzen Raum stetig erfüllend, befindet. Dieser Stoff besitzt einen anderen Grad der Beweglichkeit im freien Weltraume, einen anderen in der Nähe der Molecüle, einen anderen in den Molecülen. Ausserhalb der Molecüle bewegt sich dieser Stoff gemäss den Differentialgleichungen des elastisch festen Körpers, aber die Constanten der Bewegungsgleichungen sind verschieden im freien Weltraume und in der Nähe der Molecüle, d. i. in den physischen Körpern. In den Molecülen, nehme ich an, bewegt sich der Stoff nach den Differentialgleichungen des flüssigen Körpers; ich mache diese Annahme in Rücksicht auf die magnetischen und electricischen Erscheinungen, die sich aus ihr, wie ich zeigen werde, herleiten lassen. Ich werde kurz den Aether ausserhalb der Molecüle als fest, den in ihnen als flüssig bezeichnen, ohne damit andere Analogien heranziehen zu wollen, als die der Beweglichkeit der kleinsten Theile. Ich kann dann kurz das Molecül als eine Stelle im Raume bezeichnen, wo der Aether verflüssigt wird; bewegt es sich, so bewegt sich die Ursache dieser Verflüssigung, und Stellen, die vorher fest waren, werden flüssig, und umgekehrt. Damit ist noch nichts ausgesagt über die Gesetze, nach denen sich diese Molecüle bewegen. Wir nehmen die Axiome der Mechanik für sie ebenso in Anspruch, wie

für die materiellen Punkte der gewöhnlichen Vorstellungsweise. Materielle Punkte sind eben nach unserer Hypothese solche Punkte des Raumes, die in ihrer Umgebung den Aether verflüssigen und sich den mechanischen Axiomen gemäss bewegen. Eine andere Frage ist es freilich, ob die Mechanik des Aethers aus einer umfassenderen Annahme diese Axiome wie unsere weiteren Hypothesen herleiten kann. Dieses Problem liegt tiefer und ist in der vorliegenden Arbeit nirgends berührt. — Die Geschwindigkeit eines ponderablen Körpers ist nun nicht etwa die Geschwindigkeit des in ihm befindlichen Aethers, weder der festen Aetherelemente, noch der flüssigen Elemente seiner Molecüle: die Geschwindigkeit des Körpers ist vielmehr nur die Geschwindigkeit, mit welcher der Aether seinen Bewegungszustand ändert. Wie rasch sich auch der Körper bewegt, die Aethertheilchen in ihm sind nur unendlich kleiner Verrückungen fähig, der bewegte Körper ist in jedem Momente aus anderen Aethertheilchen constituirte; nicht die Substanz, aus der er besteht, ist charakteristisch für ihn, sondern die Spannungen, Schwingungen, Strömungen in seinem festen Aether und in seinen Molecülen; nicht die Substanz bewegt sich, sondern ihr Zustand, die Kraftwirkung, welcher sie unterliegt. Mit anderen Worten, ich schlage vor, bez. der Bewegung ponderabler Körper denselben Schritt zu thun, der bez. des Lichtes von der Emissions- zur Undulationshypothese geführt hat.

II. Die Energieübertragung zwischen den Molecülen und dem äusseren Aether. — Ein leuchtendes Molecül versetzt den umgebenden Aether in transversale Schwingungen, wobei Energie vom Molecül an den Aether abgegeben wird. Die Erfahrung findet eine Analogie zu dieser Energieübertragung in der Reibung. Man wird zur Annahme einer reibungsartig an der Oberfläche des Molecüls wirkenden Kraft genöthigt, um die Lichtemission zu erklären, und leuchtend würde man nach der oben dargelegten Anschauungsweise ein Molecül nennen, in welchem der flüssige Aether in hin und her wirbelnder Bewegung durch innere Kräfte erhalten wird. Umgekehrt, schwingt der Aether transversal in der Nachbarschaft eines Molecüls, so wird dessen

Inhalt durch jene Reibung in Bewegung versetzt, es findet Absorption statt. Für uns kommt nun alles auf die nähere Beschaffenheit jener reibungsartigen Kraft an, neben der auch noch weitere Energieübertragungen an der Oberfläche des Molecüls denkbar sind, solche, die der Optik, welche nur von transversalen Wellen redet, entgehen, oder solche, welche bei den verschiedenen Versuchen, die Dispersion und die Absorptionserscheinungen zu erklären, herangezogen worden sind. Ich werde zeigen, wie jede Art der Fernwirkung durch eine Art der Energieübertragung an der Molecüloberfläche ersetzt werden kann, wie an die Stelle jeder Hypothese über Fernwirkungen eine Hypothese über solche Energieübertragung an der Grenzfläche des inneren und äusseren Aethers treten kann. So wird z. B. im nächsten Abschnitt der Gleichgewichtszustand des Aethers betrachtet, welcher eintritt, wenn ein (kugelförmig gedachtes) Molecül auf den umgebenden Aether allseitig gleiche Zugspannungen ausübt, welche nach dem Mittelpunkte des Molecüls gerichtet sind. Es wird sich dort ergeben — was übrigens auch auf einem mehr populären Wege leicht dargelegt werden kann —, dass unter diesen Umständen Verrückungen der Aetherelemente stattfinden, die umgekehrt proportional dem Quadrate des Abstandes vom Molecül sind. Um daher die Gravitation durch Energieübertragung im Aether zu erklären, muss man 1) annehmen, dass jedes Molecül gewisse Zugspannungen auf die benachbarten Aetherelemente ausübt, und 2) dass jedes Molecül sich verhält, wie ein materieller Punkt, welcher von einer beschleunigenden Kraft erfasst wird, die proportional und gleichgerichtet den Verrückungen der benachbarten Aetherelemente ist. Die zweite Hypothese hat dann zur Folge, dass ein im Aether vorhandenes zweites Molecül einer Kraftwirkung unterliegt, die dem Gravitationsgesetze gemäss ist. (Diese Hypothese ist übrigens nahe verwandt einer von Helmholtz¹⁾ zur Erklärung der Absorptionserscheinungen angewendeten.) Es bedarf also zweier Hypothesen zur Ableitung der Gravitation, einer Emissions- und einer Re-

¹⁾ Helmholtz, Pogg. Ann. 154. p. 582. 1875. Berl. Ber. 1874. p. 667. Referat in Klein, Theorie der Elasticität u. s. w.

ceptionshypothese. Man wird daher, wenn man die Gravitation allein ins Auge fasst, unsere Auffassung nicht eine vereinfachende Erklärung derselben nennen können, der Werth dieser Auffassung der Gravitation liegt nur in der Verknüpfung der Fernwirkung mit den Aethererscheinungen. Aehnlich wiederholt sich dieses Auftreten einer Emissions- und einer Receptionshypothese bei den anderen Fernwirkungen, wobei dahingestellt bleibt, ob ein tieferes Eindringen in die Mechanik der Energieübertragung zwischen flüssigem und festem Aether diese verschiedenen Hypothesen und die Gültigkeit der mechanischen Principien für die Molecüle, wie für materielle Punkte auf gemeinsame Wurzeln zurückzuführen vermag.

So liegt es z. B. nahe, die Annahme flüssigen Aethers in den Molecülen nur als eine Folge der zum Zwecke der Gravitationserklärung angewendeten Hypothese anzusehen, dass die Molecüle central gerichtete Spannungen ausüben. Denn da aus letzterer Hypothese folgt, dass die Verrückungen der Aetherelemente dem Quadrate der Entfernung vom Molecüle umgekehrt proportional sind, so müssen die Verschiebungen in der Nähe des Molecüls ausserordentlich wachsen und grösser sein, als es mit der Erhaltung des festen Zustandes vereinbar ist. Das dadurch entstehende flüssige Aethergebiet wäre dann eben das Molecül. Hierbei würde ein allmählicher Uebergang aus dem festen in den flüssigen Zustand stattfinden, der Aether an der Molecüloberfläche sich also wie eine reibende Flüssigkeit verhalten, eine Annahme, aus der sich in der That die Coërcitiverscheinungen erklären zu lassen scheinen. Da ich jedoch meine Hypothesen lediglich an den Fernwirkungen, den am genauesten festgestellten physikalischen Erscheinungen entwickeln will, so bedarf ich der Annahme dieser Uebergangsschicht nicht und nehme provisorisch einen sprungweisen Uebergang aus dem festen in den flüssigen Zustand an.

III. Die Gravitation. — Sind *uvw* die Projectionen der Verrückung eines Aethertheilchens aus der natürlichen Gleichgewichtslage, bezogen auf drei senkrechte Coordinatenachsen *xyz*, ist ferner:

$$(1^a) \quad \sigma = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}$$

die Dilatation, welche am Orte xyz hervorgebracht wird, so bestimmen sich, wenn äussere Kräfte nicht wirken, die Beschleunigungscomponenten an dieser Stelle durch die Gleichungen:

$$(1) \quad \begin{cases} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \Delta u + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial x}, & \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = c^2 \Delta v + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial y}, \\ \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = c^2 \Delta w + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial z}, \end{cases}$$

wobei C die Fortpflanzungsgeschwindigkeiten longitudinaler und transversaler Wellen bezeichnen und Δ die Operation $\partial^2/\partial x^2 + \partial^2/\partial y^2 + \partial^2/\partial z^2$. Die Differentiation der Gleichungen nach xyz und die Addition ergibt noch:

$$(1^b) \quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = C^2 \Delta \sigma.$$

Diesem Gleichungssysteme genügen bekanntlich die beiden Lösungen:

$$(2) \quad u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

$$(3) \quad u = \frac{\partial \Gamma}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial z}, \quad v = \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial \Gamma}{\partial x}, \quad w = \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y},$$

wenn die neu eingeführten Functionen bis auf eine additive Constante den Bedingungen:

$$(2^a) \quad \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = C^2 \Delta \varphi;$$

$$(3^a) \quad \frac{\partial^2 A}{\partial t^2} = c^2 \Delta A, \quad \frac{\partial^2 B}{\partial t^2} = c^2 \Delta B, \quad \frac{\partial^2 \Gamma}{\partial t^2} = c^2 \Delta \Gamma$$

entsprechen. Die Lösung (3) führt zu den Transversalwellen der Optik, wenn die Functionen $AB\Gamma$ von der Zeit abhängig sind, also Wellen stattfinden. Sie wird uns später zu den magnetischen Erscheinungen führen für den Fall der Unabhängigkeit jener Functionen von der Zeit, also für den Fall, dass ein statischer Spannungszustand stattfindet.

Aus der Lösung (2) wollen wir jetzt die Gravitationserscheinungen herleiten. Während sich die Optik mit den Schwingungen beschäftigt, die im Aether auftreten können, werden uns besonders die von der Zeit unabhängigen Verdrückungen interessiren, welche im Aether möglich sind,

Thatsächlich werden beide Erscheinungen gleichzeitig stattfinden: jedes Theilchen wird aus seiner natürlichen Gleichgewichtslage gerückt werden und im allgemeinen um eine neue Gleichgewichtslage schwingen, in welche es übergeht, sobald es seine Schwingungsenergie an die benachbarten Theilchen abgegeben hat. Es seien $u_0 v_0 w_0$ die Componenten der von der Zeit unabhängigen Verrückungen, also die Projectionen des Abstandes der neuen Gleichgewichtslage von der natürlichen Gleichgewichtslage, $u_t v_t w_t$ die Componenten der mit der Zeit veränderlichen Elongation, dann muss sein:

$$(4^a) \quad \begin{cases} u_0 = \frac{\partial \varphi_0}{\partial x}, & v_0 = \frac{\partial \varphi_0}{\partial y}, & w_0 = \frac{\partial \varphi_0}{\partial z}, \\ u_t = \frac{\partial \varphi_t}{\partial x}, & v_t = \frac{\partial \varphi_t}{\partial y}, & w_t = \frac{\partial \varphi_t}{\partial z}, \end{cases}$$

und bis auf eine additive Constante:

$$(4^b) \quad \Delta \varphi_0 = \sigma_0 = 0, \quad C^2 \Delta \varphi_t = \frac{\partial^2 \varphi_t}{\partial t^2}.$$

Zu denselben Resultaten gelangt man, wenn man die Gleichungen (1) zerfällt in:

$$(5) \quad \begin{cases} \Delta u = \frac{\partial \sigma}{\partial x} & \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial \sigma}{\partial x} = C^2 \Delta u \\ \Delta v = \frac{\partial \sigma}{\partial y} & \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial \sigma}{\partial y} = C^2 \Delta v \\ \Delta w = \frac{\partial \sigma}{\partial z} & \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = C^2 \frac{\partial \sigma}{\partial z} = C^2 \Delta w \end{cases} \quad \frac{\partial^2 \sigma}{\partial t^2} = C^2 \Delta \sigma$$

und diese für $u_0 v_0 w_0$ anwendet, wobei sich ergibt:

$$(6) \quad \Delta u_0 = \frac{\partial \sigma_0}{\partial x} = 0, \quad \Delta v_0 = \frac{\partial \sigma_0}{\partial y} = 0, \quad \Delta w_0 = \frac{\partial \sigma_0}{\partial z} = 0,$$

also σ_0 eine Constante.

Da ich im Folgenden lediglich die von der Zeit unabhängigen Verschiebungen betrachten werde, die Schwingungen also ausser Betracht lasse, welche vor Eintritt einer neuen Ruhelage stattfinden werden, so will ich, den Index 0 unterdrückend, die Projectionen des Abstands der neuen Gleichgewichtslage von der natürlichen Lage mit $u v w$ bezeichnen. Ich setze also:

$$(7^a) \quad u = \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad v = \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad w = \frac{\partial \varphi}{\partial z}; \quad \sigma = \Delta \varphi; \quad \Delta \sigma = 0$$

und wähle nun die Function φ so, dass ausserhalb der Molecüle:

$$(7^b) \quad \varphi = \Sigma \frac{m}{r}, \quad \Delta \varphi = \sigma = 0$$

ist. Hierbei bedeutet $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$ den Abstand der Stelle xyz des Aethers vom Mittelpunkte $\xi\eta\zeta$ eines Molecüls, m eine dem Molecüle eigenthümliche Constante, Σ eine über alle vorhandenen Molecüle zu erstreckende Summation. Durch diese Wahl von φ wird erreicht, dass uvw und σ überall ausserhalb der Molecüle eindeutig und stetig sind und im Unendlichen verschwinden. Offenbar befriedigt φ nicht die Grenzbedingungen, welche an der Oberfläche der Molecüle eingehalten werden müssten, wenn diese sich wie starre Kugeln in einer Flüssigkeit verhielten. Es treten vielmehr Theile des festen Aethers in das flüssige Gebiet des Molecüls ein, andere aus diesem aus, gemäss der oben auseinandergesetzten Anschauungsweise. Letztere erinnert übrigens an eine von Riemann¹⁾ zuerst angewendete Hypothese, welche auch den Zweck hatte, jener für die Gravitation wesentlichen Function φ physikalische Bedeutung, und zwar für ein incompressibles flüssiges Medium, beizulegen.

Die Bedeutung der für das Molecül charakteristischen Constante m ergibt sich aus der Berechnung der an der Oberfläche des Molecüls nach unserer Hypothese stattfindenden Spannungen. Der Druck, welcher auf ein Flächenelement ausgeübt wird, das im Punkte xyz normal zur X -Axe der Coordinaten liegt, habe die Componenten $X_x Y_x Z_x$, und analoge Bedeutung mögen die mit yz und n indicirten Kraftcomponenten haben, wobei n eine beliebige Richtung bezeichnet. Dann ist, wenn μ die Dichtigkeit des elastischen Mediums im Punkte xyz , $E = \mu c^2$ seine Elasticitätsconstante bezeichnet, allgemein:

$$(8) \quad \begin{cases} X_x = -2E \left\{ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{C^2 - 2c^2}{2c^2} \sigma \right\}, & Y_x = Z_x = -E \left\{ \frac{\partial v}{\partial x} + \frac{\partial w}{\partial y} \right\}, \\ Y_y = -2E \left\{ \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{C^2 - 2c^2}{2c^2} \sigma \right\}, & Z_x = X_z = -E \left\{ \frac{\partial w}{\partial x} + \frac{\partial u}{\partial z} \right\}, \\ Z_z = -2E \left\{ \frac{\partial w}{\partial z} + \frac{C^2 - 2c^2}{2c^2} \sigma \right\}, & X_y = Y_x = -E \left\{ \frac{\partial u}{\partial y} + \frac{\partial v}{\partial x} \right\}, \end{cases}$$

1) Weber's Ausgabe der Werke. p. 502. Vgl. auch eine Bemerkung des Verf. dazu in der Ztschr. f. Math. u. Phys. 23, p. 261. 1878.

also in unserem Falle, wo die Verrückungen $u v w$ ein Potential φ besitzen:

$$(9) \begin{cases} X_x = -2E \left\{ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \frac{C^2 - 2c^2}{2c^3} \Delta \varphi \right\}, & Y_x = Z_y = -2E \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y \partial x}, \\ Y_y = -2E \left\{ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \frac{C^2 - 2c^2}{2c^3} \Delta \varphi \right\}, & Z_x = X_z = -2E \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}, \\ Z_z = -2E \left\{ \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{C^2 - 2c^2}{2c^3} \Delta \varphi \right\}, & X_y = Y_z = -2E \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y}. \end{cases}$$

Daraus folgt wegen $\Delta \varphi = 0$,

$$X_n = X_x \cos xn + X_y \cos yn + X_z \cos zn = -2E \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \varphi}{\partial n}$$

und analog: $Y_n = -2E \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \varphi}{\partial n}, \quad Z_n = -2E \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \varphi}{\partial n}.$

Wäre nur ein Molecül vorhanden, hätten die Aetherverrückungen also das Potential $\varphi = m/r$, so würde das Oberflächenelement des kugelförmig gedachten Molecüls, dessen Radius a heisse, den Normaldruck erleiden:

$$N = \frac{4Em}{a^3}, \quad \text{woraus folgt:}$$

$$(10) \quad m = \frac{N}{E} \frac{a^3}{4}.$$

Die Hypothese, dass das Verschiebungspotential φ existire, ist also gleichbedeutend mit der, dass jedes Molecül eine Aetherspannung an seiner Oberfläche erzeugt. Die Constante m ist dem Verhältniss dieser dem Molecül eigenthümlichen Spannung zur Elasticitätsconstante des Aethers und ausserdem dem Volumen des Molecüls proportional.

Da wir das Molecül als ein Gebiet flüssigen Aethers auffassen, so muss in ihm der Druck constant sein, wenn im Innern Gleichgewicht herrschen soll. Nehmen wir an, dass der innere Druck immer gleich dem eben berechneten N sei, so wird sich ein Gleichgewichtszustand im Molecül wie im äusseren Aether herstellen, falls nur ein Molecül vorhanden ist. Treten noch andere Molecüle hinzu, so ist der innere Druck N nicht mehr im Stande, dem äusseren Aetherdrucke das Gleichgewicht zu halten, es wird also Aether in das Molecül ein- und aus ihm heraustreten. Die dabei auftretenden Aenderungen in der Dichtigkeit des flüssigen Aethers dürfen vernachlässigt werden, wenn der Radius des

Molecüls gegen den Abstand der Molecüle vernachlässigt werden kann. Ist dies nicht zulässig, wie bei molecularen Vorgängen, so muss der Einfluss dieser Dichtigkeitsveränderungen berücksichtigt werden, und ich werde weiter unten zeigen, dass sich solche Störungen als electriche Erscheinungen äussern müssen. Keineswegs kann der Druck, welcher an der Oberfläche des Molecüls wirkt, dasselbe wie eine beschleunigende Kraft bewegen; man erinnere sich der in Abschnitt 1 vorausgeschickten Grundlage unserer Entwicklungen: den Aether bewegen, der ein Molecül momentan constituirt, heisst nicht nothwendig das Molecül bewegen.

Zu der beschleunigenden Kraft führt uns vielmehr — dem in Abschnitt 2 dargelegten Plane zufolge — eine besondere Receptionshypothese. Man muss annehmen, das Molecül verhalte sich wie ein materieller Punkt, welcher von einer Kraft erfasst wird, die von den Verschiebungen des Aethers, der das betrachtete Molecül umgibt, abhängt, nämlich, dass die Componenten der beschleunigenden Kraft seien:

$$(11) \quad X = m \frac{\int u ds}{4\pi a^2}, \quad Y = m \frac{\int v ds}{4\pi a^2}, \quad Z = m \frac{\int w ds}{4\pi a^2},$$

wo die Integrationen über die Oberflächenelemente ds des Molecüls zu erstrecken sind. Die Werte uvw bestehen je aus zwei Theilen: einem von dem betrachteten Molecül selbst herrührenden, der bei der Integration verschwindet, und einem von allen übrigen Molecülen veranlassten:

$$\frac{\partial}{\partial x} \sum \frac{m'}{r}, \quad \frac{\partial}{\partial y} \sum \frac{m'}{r}, \quad \frac{\partial}{\partial z} \sum \frac{m'}{r},$$

wo die Summation über alle Molecüle, das betrachtete ausgeschlossen, zu erstrecken ist. Diese Theile sind für alle Oberflächenelemente des betrachteten Molecüls constant, wenn der Radius des Molecüls klein ist gegen den Abstand der Molecüle. Unter dieser Voraussetzung wird:

$$X = m \frac{\partial}{\partial x} \sum \frac{m'}{r}, \quad Y = m \frac{\partial}{\partial y} \sum \frac{m'}{r}, \quad Z = m \frac{\partial}{\partial z} \sum \frac{m'}{r},$$

d. h. die beschleunigende Kraft ist die Gravitation.

IV. Der Magnetismus. Unserer Auffassung der Fernwirkungen fügt sich die Maxwell'sche Behandlung des

Magnetismus naturgemäss ein. Am Eingange des vorigen Abschnitts wurde bereits darauf hingewiesen, dass den elastischen Differentialgleichungen noch durch eine zweite allgemeine Lösung genügt wird. Indem wir wieder wie dort Schwingungen unberücksichtigt lassen und lediglich die mit den Gleichgewichtsbedingungen des Aethers vereinbaren Verrückungen $u v w$ behandeln, setzen wir unter Beibehaltung der früheren Bezeichnungen:

$$(1) \begin{cases} u = \frac{\partial \Gamma}{\partial y} - \frac{\partial B}{\partial z} = \sum \frac{1}{r} \left[(y - \eta) \frac{\partial \Gamma}{\partial r} - (z - \zeta) \frac{\partial B}{\partial r} \right], & \Delta A = 0, \\ v = \frac{\partial A}{\partial z} - \frac{\partial \Gamma}{\partial x} = \sum \frac{1}{r} \left[(z - \zeta) \frac{\partial A}{\partial r} - (x - \xi) \frac{\partial \Gamma}{\partial r} \right], & \Delta B = 0, \\ w = \frac{\partial B}{\partial x} - \frac{\partial A}{\partial y} = \sum \frac{1}{r} \left[(x - \xi) \frac{\partial B}{\partial r} - (y - \eta) \frac{\partial A}{\partial r} \right], & \Delta \Gamma = 0, \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \sigma = 0. \end{cases}$$

Hierdurch werden die Gleichgewichtsbedingungen erfüllt:

$$(2) \begin{cases} 0 = c^2 \Delta u + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial x}, & 0 = c^2 \Delta v + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial y}, \\ 0 = c^2 \Delta w + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial z}, & 0 = \Delta \sigma. \end{cases}$$

Es bedeutet $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$ den Abstand des Aethertheilchens im Orte xyz von einem Molecül, dessen Centrum die Coordinaten $\xi \eta \zeta$ besitzt. Die Summation Σ erstreckt sich über alle Molecüle. Wir genügen den Bedingungen für die Functionen $\Delta B \Gamma$, wenn wir setzen:

$$(1^b) \quad A = -2 \sum \frac{\omega \alpha}{r}, \quad B = -2 \sum \frac{\omega \beta}{r}, \quad \Gamma = -2 \sum \frac{\omega \gamma}{r},$$

wo $\alpha \beta \gamma$ die Richtungscosinus einer Linie N bedeuten, die wir uns durch den Mittelpunkt $\xi \eta \zeta$ des Molecüls gezogen denken, und deren Richtung für das Molecül ebenso eine charakteristische Constante ist, wie die Grösse ω oder die früher eingeführte Zahl m . Nun ist:

$$(1^c) \quad \begin{cases} u = 2 \sum \frac{\omega}{r^3} [(y - \eta) \gamma - (z - \zeta) \beta], \\ v = 2 \sum \frac{\omega}{r^3} [(z - \zeta) \alpha - (x - \xi) \gamma], \\ w = 2 \sum \frac{\omega}{r^3} [(x - \xi) \beta - (y - \eta) \alpha]. \end{cases}$$

Befindet sich nur ein Molecül im Raume, so reduciren sich diese Summen auf je ein Glied, und es gelten die Beziehungen:

$$(1^d) \quad \begin{cases} u(x - \xi) + v(y - \eta) + w(z - \zeta) = 0, \\ u\alpha + v\beta + w\gamma = 0, \end{cases}$$

d. h. die Verschiebungen uvw stehen senkrecht zu r und zu der charakteristischen Richtung N , sie können also betrachtet werden als hervorgegangen durch eine unendlich kleine Rotation des Aethers um die Axe N , wobei freilich die Winkelbewegung $2\omega/r^3$ für Theile in verschiedenem Abstände r vom Molecül eine verschiedene ist, nämlich umgekehrt proportional der dritten Potenz des Abstands. Sind beliebig viele Molecüle im Raume vorhanden, so erleidet jedes Aethertheilchen eine Rotation, deren Componenten sind:

$$(3) \quad \begin{cases} \xi = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial w}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial z} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} \Delta A = - \frac{\partial}{\partial x} \sum \frac{\partial}{\partial N} \frac{\omega}{r}, \\ \eta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial z} - \frac{\partial w}{\partial x} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} \Delta B = - \frac{\partial}{\partial y} \sum \frac{\partial}{\partial N} \frac{\omega}{r}, \\ \zeta = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial v}{\partial x} - \frac{\partial u}{\partial y} \right) = \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial B}{\partial y} + \frac{\partial \Gamma}{\partial z} \right) - \frac{1}{2} \Delta \Gamma = - \frac{\partial}{\partial z} \sum \frac{\partial}{\partial N} \frac{\omega}{r}. \end{cases}$$

Die Rotation ω' selbst, die das Aethertheilchen erleidet, hat daher, wenn ihre Axe die Richtung N' hat, die Grösse:

$$(3^a) \quad \omega' = - \frac{\partial}{\partial N'} \sum \frac{\partial}{\partial N} \frac{\omega}{r}.$$

Die physikalische Bedeutung der Constanten ω und N erhellt, wenn man die Kräfte aufsucht, welche an der Oberfläche eines Molecüls ausgeübt werden, das sich allein im Raume befindet. Man findet durch eine Rechnung, die analog der im vorigen Abschnitt ausgeführten verläuft, unter Beibehaltung der dortigen Zeichen:

$$(4) \quad \begin{cases} X_n = 6 E \frac{\omega}{a^3} (\gamma \cos(y n) - \beta \cos(z n)), \\ Y_n = 6 E \frac{\omega}{a^3} (\alpha \cos(z n) - \gamma \cos(x n)), \\ Z_n = 6 E \frac{\omega}{a^3} (\beta \cos(x n) - \alpha \cos(y n)), \end{cases}$$

als Componenten der auf das Oberflächenelement des Molecüls, dessen Normale n heisst, ausgeübten Kraft. Wie man sieht, ist dies eine Schubkraft, parallel zum Oberflächen-

element, senkrecht zur Axe N gerichtet. Nennt man S die Grösse des Schubes, der in grösster Entfernung von der Axe, am Aequator der Molecülkugel stattfindet, so ergibt sich:

$$(5) \quad S = 6 E \frac{\omega}{a^3}, \quad \omega = \frac{S}{E} \cdot \frac{a^3}{6}.$$

Die Constante ω ist daher proportional dem Verhältniss der grössten Schubkraft, welche an der Molecüloberfläche wirkt, zur Elasticitätsconstante des Aethers und proportional dem Volumen des Molecüls. Die Richtung N ist die Richtung der Axe, um welche die Schubkräfte zu drehen streben.

Wenn es also Molecüle gibt, welche Schubkräfte dieser Art auf den umgebenden Aether ausüben, so wird der durch die Gleichungen (1) charakterisirte Zustand des Aethers eintreten. Solche Molecüle heissen magnetische, die Aetherumgebung ein Magnetfeld. Man braucht noch nicht näher auf die Mechanik des flüssigen Aethers in den Molecülen einzugehen, um zu erkennen, dass in einem magnetischen Molecül ein Wirbel um die Axe N existiren muss, dessen Bewegung durch innere, dem magnetischen Molecül eigenthümliche Kräfte erhalten wird, welche unzerstörbar sind, wie die Gravitationsspannungen, die allen Molecülen eigenthümlich sind. Durch Reibung an der Molecüloberfläche erzeugt die Rotation im Innern des Molecüls jene Schubspannungen im Aether. Umgekehrt, wo der Aether in den dadurch hervorgerufenen Zustand versetzt ist, wird durch dieselbe Reibung eine Rotation im Innern eines zweiten Molecüls hervorgerufen, dasselbe wird diamagnetisch, sein Aether wirbelt nämlich um eine der Axe des magnetischen Molecüls entgegengesetzt parallele so, dass an der Molecüloberfläche seine Winkelgeschwindigkeit proportional dem oben berechneten ω' ist. Der Proportionalitätsfactor hängt von der Grösse der reibenden Kraft an beiden Molecülen ab.

Es erübrigt noch, die ponderomotorische Kraft festzustellen, welche zwischen magnetischen oder diamagnetischen Molecülen wirksam ist. Man muss annehmen, dass sich zwei derselben, deren Constanten ωN , bez. $\omega' N'$ sind, verhalten wie materielle Punkte, zwischen welchen eine beschleunigende Kraft wirkt, deren Potential proportional ist mit:

$$(6) \quad \omega' \frac{\partial}{\partial N'} \cdot \frac{\partial}{\partial N} \frac{\omega}{r} = \frac{\partial}{\partial N'} \cdot \frac{\partial}{\partial N} \frac{\omega \omega'}{r}.$$

Man erkennt, wie die eben dargelegte Auffassungsweise der magnetischen Erscheinungen durchaus auf dem Boden der Weber-Ampère'schen Hypothese über den Magnetismus und Diamagnetismus steht. An Stelle der Molecularströme treten Wirbel in den flüssigen Molecülen, Wirbel von unveränderlicher Rotationsgeschwindigkeit an Stelle der Ströme in magnetischen Molecülen, dagegen an Stelle der Inductionsströme diamagnetischer Molecüle Wirbel, welche durch die Schubspannungen des umgebenden Aethers hervorgerufen sind.

V. Leiter und Dielectrica. Die electricische Strömung. — Nach der im ersten Abschnitt entwickelten Hypothese ist jeder physische Körper ein Aggregat von Molecülen aus flüssigem Aether, welche in festen Aether eingelagert sind, dessen Eigenschaften von jenen Molecülen mitbedingt werden. Die Fortpflanzung der Energie durch ein solches Aggregat hindurch wird daher von der Fortpflanzung im festen Aether und von der Fortpflanzung in den flüssigen Theilen bedingt sein. Dabei sind zwei Grenzfälle denkbar. Es kann erstens der Einfluss der flüssigen Theile verschwindend klein sein gegen den des festen Aethers, was man sich dadurch anschaulich machen kann, dass man sich die Zwischenräume zwischen den Molecülen sehr gross denkt gegenüber den Dimensionen derselben. Ein solcher Körper wird z. B. Licht nur unmerklich absorbiren. Wir nennen ihn ein Dielectricum. Es kann zweitens der Einfluss der festen Theile auf die Energiefortpflanzung verschwindend klein sein, was man sich etwa so vorstellen könnte, dass die flüssigen Aethergebiete zu grösseren Complexen zusammenhängen, nicht jedes flüssige Gebiet rings von festem Aether, sondern umgekehrt die festen Stellen rings von Verflüssigungsgebieten umgeben sind. Einen solchen Körper nennen wir einen Leiter. In ihm wird sich der Einfluss des festen Aethers auf die Energiefortpflanzung nur dadurch geltend machen, dass er die im flüssigen Aether stattfindenden Bewegungen an den Grenzflächen reibungsartig beeinflusst. Der flüssige Aether wird sich daher nahe-

zu wie eine Flüssigkeit mit innerer Reibung bewegen, da ja solche Grenzflächen, an denen sich Reibung äussert, den ganzen Körper durchsetzen. Helmholtz hat in der That gezeigt,¹⁾ dass die Bewegungsgleichungen des reibenden Gases mit denen der Electricität in Leitern übereinstimmen.

Hier ist nun der Ort, wo die Reibung, welche zwischen dem flüssigen Aether des Molecüls und dem äusseren festen Aether an der Grenzfläche stattfindet, definirt werden muss. So lange der innere Aether an einem Element der Grenzfläche ruht oder mit constanter Geschwindigkeit sich bewegt, wird offenbar auch der äussere Aether in der Gleichgewichtslage sein oder um ein constantes Stück aus derselben verschoben. Ändert sich aber die innere Strömung, so verschiebt sich der äussere Aether aus seiner bisherigen Lage. Sind daher XYZ die Componenten der auf den äusseren Aether ausgeübten Kraft, $X' Y' Z'$ die Componenten der Kraft, welcher der benachbarte flüssige Aether unterliegt, so wird es am einfachsten sein, anzunehmen, dass die letzteren Componenten den Änderungen, welche die ersteren im Zeitelement erleiden, proportional sind, was unter der Annahme kleiner Geschwindigkeiten ausgedrückt wird durch:

$$(1) \quad X' = \frac{\kappa}{4\pi} \frac{\partial X}{\partial t}, \quad Y' = \frac{\kappa}{4\pi} \frac{\partial Y}{\partial t}, \quad Z' = \frac{\kappa}{4\pi} \frac{\partial Z}{\partial t}.$$

Freilich, wenn man nur ein Grenzelement betrachtet, so dürfte man, an der Analogie mit der Reibung festhaltend, nur die dem Element parallelen Componenten der gesammten beiderseitig wirkenden Kräfte in solcher Weise einander proportional setzen. Aber man erwäge, dass es sich um Uebertragung in einem Conglomerat flüssiger und fester Bestandtheile handelt, welches auf sehr kleinem Raume Grenzflächenelemente in allen denkbaren Stellungen enthält, auf so kleinem Raume, dass sich die darin wirkenden Kräfte nicht merklich unterscheiden. Dieselbe Erwägung berechtigt auch dazu, sich die Energieübertragung durch Reibung

1) Crelle's Journ. 72, p. 1. 1870. Referat in G. Wiedemann, Galvanismus II, 2.

überall, stetig, stattfindend zu denken. Heisst nun die Dichtigkeit des äusseren festen Aethers μ , so ist:

$$X = \mu \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \mu (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial x} + c^2 \mu \Delta u,$$

$$X' = \frac{\kappa}{4\pi} \mu (C^2 - c^2) \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\kappa}{4\pi} c^2 \mu \Delta \frac{\partial u}{\partial t},$$

und in analoger Weise ergeben sich Y' und Z' . Die Differentialgleichungen für die Bewegung einer Flüssigkeit lauten aber:

$$(2) \quad \begin{cases} \mu' \frac{du'}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial x} + X', & \mu' \frac{dv'}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial y} + Y', & \mu' \frac{dw'}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial z} + Z' \\ \mu' \frac{du'}{dt} + u' \left(\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} \right) = 0, & p' = C'^2 \cdot \mu', \end{cases}$$

wo μ' die Dichtigkeit im Punkte xyz , $u' v' w'$ die dort herrschenden Geschwindigkeitscomponenten, p' der daselbst ausgeübte Druck, $X' Y' Z'$ die Componenten der dort angreifenden äusseren Kräfte, endlich C' die Fortpflanzungsgeschwindigkeit longitudinaler Wellen bezeichnen. Es folgt daher für den inneren flüssigen Aether:

$$(3) \quad \begin{cases} \mu' \frac{du'}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial x} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu (C^2 - c^2) \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu c^2 \Delta \frac{\partial u}{\partial t}, \\ \mu' \frac{dv'}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial y} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu (C^2 - c^2) \frac{\partial}{\partial y} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu c^2 \Delta \frac{\partial v}{\partial t}, \\ \mu' \frac{dw'}{dt} = -\frac{\partial p'}{\partial z} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu (C^2 - c^2) \frac{\partial}{\partial z} \frac{\partial \sigma}{\partial t} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu c^2 \Delta \frac{\partial w}{\partial t}. \end{cases}$$

Diese Gleichungen gehen über in die des reibenden Gases, wenn:

$$(4) \quad \frac{\partial u}{\partial t} = u', \quad \frac{\partial v}{\partial t} = v', \quad \frac{\partial w}{\partial t} = w' \quad \text{folglich} \quad \frac{\partial \sigma}{\partial t} = \sigma'$$

gesetzt wird. Wir machen diese Substitutionen, d. h. wir nehmen an, dass die Geschwindigkeiten in den festen und flüssigen Körperelementen unmerklich verschieden sind. Sie sind daher auch durchgehends so klein, dass d/dt mit $\partial/\partial t$ vertauscht werden darf, weil dies für die Bewegungsgleichungen des festen Aethers Voraussetzung ist. Wir setzen also:

$$(5) \quad \begin{cases} X = \frac{\kappa}{4\pi} \mu (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma'}{\partial x} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu c^2 \Delta u', \\ Y = \frac{\kappa}{4\pi} \mu (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma'}{\partial y} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu c^2 \Delta v', \\ Z = \frac{\kappa}{4\pi} \mu (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma'}{\partial z} + \frac{\kappa}{4\pi} \mu c^2 \Delta w', \end{cases}$$

und haben die Gleichungen (2) für diese Werthe von $X'Y'Z'$ zu erfüllen. Zu der Lösung, die den electrischen Phänomenen entspricht, gelangen wir, indem wir statt der Grössen $X'Y'Z'p'$ neue, ihnen proportionale Functionen einführen:

$$(6) \quad U' = -\frac{X'}{\pi \mu c^2}, \quad V' = -\frac{Y'}{\pi \mu c^2}, \quad W' = -\frac{Z'}{\pi \mu c^2}, \quad \varphi = \frac{p'}{\mu c^2} \frac{\mu C^2}{\mu_0 C^2},$$

wo μ_0' einen Specialwerth der wenig veränderlichen Dichtigkeit μ' des flüssigen Aethers bezeichnet, und nun setzen:

$$(7) \quad \begin{cases} u' = -\frac{C^2 - c^2}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dt} dt_1 + \int \frac{U'}{r} dt_1, \\ v' = -\frac{C^2 - c^2}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial y} \int \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dt} dt_1 + \int \frac{V'}{r} dt_1, \\ w' = -\frac{C^2 - c^2}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial z} \int \frac{1}{r} \frac{d\varphi}{dt} dt_1 + \int \frac{W'}{r} dt_1, \end{cases}$$

wo die Integrationen über den leitererfüllten Raum, dessen Element $d\tau_1$ heisse, zu erstrecken sind. Diese Werthe von $u'v'w'$ erfüllen zunächst die Gleichungen, die man durch Substitution von (6) in (5) erhält, da unter der oben gemachten Annahme über die Kleinheit der Veränderungen aller Geschwindigkeiten, also auch der Dichtigkeit und des Drucks im flüssigen Aether:

$$(8) \quad \sigma' = \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = -\frac{1}{\mu'} \frac{d\mu'}{dt} = -\frac{1}{\mu_0'} \frac{d\mu'}{dt} = -\frac{1}{p_0'} \frac{dp_0'}{dt} = -\frac{c^2}{C^2} \frac{d\mu_0'}{dt}$$

gesetzt werden darf, wo p_0' der zur Dichtigkeit μ_0' gehörige besondere Werth des Druckes ist, also nach (2) $p_0' = C^2 \mu_0'$.

Durch die Substitutionen (6) gehen aber die Gleichungen (2) über in die Gleichungen der electrischen Strömung:

$$(9) \quad \begin{cases} xU' = -\frac{\mu_0' C'^2}{\mu C^2} \frac{\partial \varphi}{\partial x} - \frac{\mu'}{\mu c^2} \frac{du'}{dt}, \\ xV' = -\frac{\mu_0' C'^2}{\mu C^2} \frac{\partial \varphi}{\partial y} - \frac{\mu'}{\mu c^2} \frac{dv'}{dt}, \quad \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = -\frac{c^2}{C^2} \frac{d\varphi}{dt}, \\ xW' = -\frac{\mu_0' C'^2}{\mu C^2} \frac{\partial \varphi}{\partial z} - \frac{\mu'}{\mu c^2} \frac{dw'}{dt}, \end{cases}$$

die in der gewöhnlichen Form erscheinen, wenn $\mu = \mu_0'$, $C = C'$ ist. Wir haben nur x , den Coëfficienten, von dem die Energieübertragung zwischen festem und flüssigem Aether abhängt, den specifischen Leitungswiderstand zu nennen,

sowie die den übertragenen Kräften proportionalen Grössen $U' V' W'$ als die Strömungscomponenten aufzufassen.

Die Geschwindigkeitscomponenten $u' v' w'$ des Aethers sind dann die Componenten des electrodynamischen Potentials, wie die Gleichungen (7) lehren, deren erste Glieder rechts bei der Integration über geschlossene Ströme verschwinden. Dass auch die dem Drucke p' proportionale Function φ das electrostatische Potential darstellt, beweist folgende Rechnung, die sich einer von Helmholtz a. a. O. ausgeführten anschliesst. — Zuzufolge (7) ist:

$$\sigma' = \frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y} + \frac{\partial w'}{\partial z} = \frac{C^2 - c^2}{C^2} \cdot \frac{d\varphi}{dt} + \int \left\{ U' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} + V' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial y} + W' \frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial z} \right\} dt_1.$$

Man setze $\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x} = -\frac{\partial \frac{1}{r}}{\partial x_1}$ ein und integriere partiell:

$$\begin{aligned} \sigma' &= \frac{C^2 - c^2}{C^2} \frac{d\varphi}{dt} + \int \frac{1}{r} \left(\frac{\partial U'}{\partial x_1} + \frac{\partial V'}{\partial y_1} + \frac{\partial W'}{\partial z_1} \right) dt_1 \\ &+ \int \frac{1}{r} [U' \cos(x_1 n) + V' \cos(y_1 n) + W' \cos(z_1 n)] ds_1, \end{aligned}$$

wo die letzte Integration über die Leiteroberfläche erstreckt wird, deren Elemente ds die innere Normale n haben. Die zunächst noch nöthigen Integrationen über eine kleine Kugel, deren Centrum xyz und über die Kugeloberfläche mit unendlich wachsendem Radius sind nach bekannten Schlüssen auf das Resultat ohne Einfluss. Führt man nun ein:

$$(10) \quad \begin{cases} -\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{\partial U'}{\partial x} + \frac{\partial V'}{\partial y} + \frac{\partial W'}{\partial z}, \\ -\frac{d\varepsilon}{dt} = U' \cos(xn) + V' \cos(yn) + W' \cos(zn), \end{cases}$$

so findet man:

$$\sigma' = \frac{C^2 - c^2}{C^2} \frac{d\varphi}{dt} - \frac{d}{dt} \left\{ \int \frac{\varepsilon}{r} dt_1 + \int \frac{e}{r} ds_1 \right\},$$

und diese Gleichung ist nach (8) erfüllt, wenn:

$$(11) \quad \varphi = \int \frac{\varepsilon}{r} dt_1 + \int \frac{e}{r} ds_1,$$

φ ist also nach den Festsetzungen über $U' V' W'$ als electrostatisches Potential zu bezeichnen, da nach (10) die Functionen ε und e electricische Dichtigkeiten genannt werden müssen.

Statt der von Helmholtz zur Verallgemeinerung des Ampère'schen Gesetzes eingeführten Constante k erscheint in unseren Gleichungen c^2/C^2 , das Quadrat des Verhältnisses der beiden Fortpflanzungsgeschwindigkeiten. Dieselbe Grösse wird weiter unten als die Dielectricitätsconstante $1 + 4\pi K$ erscheinen, womit eine Aussicht auf experimentelle Prüfung der vorliegenden Theorie eröffnet ist.

Endlich ergeben die Gleichungen (9), falls $\mu = \mu_0$, $C = C$ angenommen wird, als das Verhältniss der electrostatischen zu den electrodynamischen Maasseinheiten die Grösse c^2 , das Quadrat der Lichtgeschwindigkeit. Das ist auch nach Maxwell's Theorie der Fall und steht bekanntlich mit Messungen von Weber, Maxwell und Thomson in guter Uebereinstimmung.

Zu den Differentialgleichungen (9) treten noch Grenzbedingungen. Zu den von Helmholtz a. a. O. benutzten, führt die Annahme, dass an den Leiteroberflächen die Verrückungen und Normaldrucke stetig sind, und dass der Aether in unendlicher Ferne ruht.

Die oben eingeführten Kräfte $XYZX'Y'Z'$ wirken auf die Aetherelemente, beschleunigen also nicht die Molecüle. Die Kräfte, welche auf die letzteren wie auf materielle Punkte ausgeübt werden, äussern sich als Wärme und ponderomotorische electrodynamische Wirkung. Ob sie sich aus jenen auf die Aetherelemente ausgeübten Kräften mittelst eines allgemeinen Principis herleiten lassen, bleibt auch hier eine offene Frage. Wir stellen nur hypothetisch fest, dass:

$$\propto (U^2 + V^2 + W^2)$$

die pro Zeit- und Volumenelement entwickelte Wärme ist, und dass die electrodynamische Wirkung das Potential besitzt:

$$\iint \frac{1}{r} (U_1' U_2' + V_1' V_2' + W_1' W_2') d\tau_1 d\tau_2.$$

VI. Der dielectrische Zustand. — Jede Störung des Druckes in dem flüssigen Aether der Molecüle veranlasst Strömungen dieses flüssigen Aethers, die sich durch Reibung auf den umgebenden festen Aether übertragen, d. h. mit anderen Worten, jede electriche Strömung erzeugt Schwingungen im festen Aether. In den Dielectrica brauchen

nur diese Schwingungen berücksichtigt zu werden, nicht die gleichzeitig auftretenden Strömungen in den Moleculen. Durch die Dielectrica werden sich also Transversal- und Longitudinalwellen fortpflanzen. Hat die electricische Strömung zu einem Gleichgewichtszustande des flüssigen Aethers geführt, haben sich also die Druckdifferenzen ausgeglichen, so hört auch diese Wellenbewegung auf, und der feste Aether befindet sich auch in einem gewissen Gleichgewichtszustande. Das ist sein electrostatischer Zustand. Den Differentialgleichungen für das Gleichgewicht des festen elastischen Körpers:

$$(1) \quad \begin{cases} c^2 \Delta u + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial x} = 0, \\ c^2 \Delta v + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial y} = 0, \\ c^2 \Delta w + (C^2 - c^2) \frac{\partial \sigma}{\partial z} = 0, \end{cases} \quad \begin{aligned} \sigma &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z}, \\ \Delta \sigma &= 0, \end{aligned}$$

wird genügt durch die Annahme:

$$(2) \quad \begin{cases} \Delta u = -\frac{C^2 - c^2}{c^2} \frac{\partial \sigma}{\partial x}, & u = \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \int \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} d\mathbf{r}_1 + u_0, \\ \Delta v = -\frac{C^2 - c^2}{c^2} \frac{\partial \sigma}{\partial y}, & v = \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \int \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} d\mathbf{r}_1 + v_0, \\ \Delta w = -\frac{C^2 - c^2}{c^2} \frac{\partial \sigma}{\partial z}, & w = \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \int \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta} d\mathbf{r}_1 + w_0, \end{cases}$$

wo die Integration über den ganzen, mit festem Aether erfüllten Raum zu erstrecken ist, dessen Element $d\mathbf{r}_1$ heisst, und wieder $r = \sqrt{(x - \xi)^2 + (y - \eta)^2 + (z - \zeta)^2}$ den Abstand dieses Elementes $d\mathbf{r}_1$ im Punkt $\xi \eta \zeta$ von dem Punkte xyz bezeichnet, in welchen die Verrückung uvw entsteht. $u_0 v_0 w_0$ bedeuten Functionen, die im Integrationsraume den Bedingungen genügen:

$$(2^b) \quad \Delta u_0 = 0, \quad \Delta v_0 = 0, \quad \Delta w_0 = 0.$$

Ueber diese Functionen muss nun so verfügt werden, dass der Ausdruck $\partial u / \partial x + \partial v / \partial y + \partial w / \partial z$, gebildet aus den Gleichungen (2), den Werth σ annimmt. Setzt man:

$$(2^c) \quad \sigma_0 = \frac{\partial u_0}{\partial x} + \frac{\partial v_0}{\partial y} + \frac{\partial w_0}{\partial z}, \quad \text{so wird:}$$

$$\begin{aligned}
 \sigma &= \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \int \left(\frac{\partial}{\partial x} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial y} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta} \right) d\tau_1 + \sigma_0 \\
 &= - \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \int \left(\frac{\partial}{\partial \xi} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \xi} + \frac{\partial}{\partial \eta} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \eta} + \frac{\partial}{\partial \zeta} \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial \zeta} \right) d\tau_1 + \sigma_0 \\
 &= + \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \int \frac{1}{r} \Delta \sigma d\tau_1 + \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \int \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial n} ds + \sigma_0
 \end{aligned}$$

zufolge des Green'schen Satzes. Hier ist die zweite Integration über alle Elemente ds der Grenzfläche des festen Aethers, also über alle Leiteroberflächenelemente zu führen. Die nach aussen gerichtete Normale der letzteren heisst n . Bei dieser Anwendung des Green'schen Satzes ist zunächst eine kleine um xyz beschriebene Kugel vom Integrationsraume auszuschliessen; eine bekannte Schlussweise zeigt, dass das Resultat dadurch nicht beeinflusst wird. Die Integration über die Kugelfläche mit unendlich wachsendem Radius R kann ebenfalls unterdrückt werden, wenn $\partial \sigma / \partial n$ stärker als $1/R$ gegen die Null convergirt. Da nun im äthererfüllten Raume $\Delta \sigma = 0$ sein muss, wenn Gleichgewicht bestehen soll, so fragt es sich, ob σ_0 so gewählt werden kann, dass:

$$(3) \quad \sigma = \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \int \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial n} ds + \sigma_0.$$

Das erste Glied der rechten Seite ist ein Flächenpotential, und zwar ein Potential der Leiteroberflächen. Der Sprung, den $\partial \sigma / \partial n$ an diesen Flächen erleidet, ist $\partial \sigma / \partial n$ selbst, denn im Innern der Leiter kann Gleichgewicht nur herrschen, wenn dort σ constant, also die Ableitung nach der inneren Normale gleich Null ist. Somit ist:

$$(4) \quad - \frac{1}{4\pi} \int \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma}{\partial n} ds = \sigma,$$

und Gleichung (3) wird:

$$(5) \quad \sigma = \frac{c}{C^2} \sigma_0.$$

Wir wollen noch definiren:

$$(6) \quad -4\pi e = \frac{\partial \sigma}{\partial n}, \quad -4\pi e_0 = \frac{\partial \sigma_0}{\partial n},$$

wodurch wir erhalten:

$$(6b) \quad \sigma = \int \frac{e}{r} ds, \quad \sigma_0 = \int \frac{e_0}{r} ds, \quad e = \frac{c^2}{C^2} e_0.$$

Die Function σ_0 hat sämtliche Eigenschaften des electrostatischen Potentials, welchem also in unserer Theorie die Dilatation des Aethers proportional ist. Der Proportionalitätsfactor ist als die sogenannte Dielectricitätsconstante anzusehen:

$$(7) \quad \frac{c^2}{C^2} = 1 + 4\pi K; \quad 4\pi K = -\frac{C^2 - c^2}{C^2}.$$

In Medien, in welchen $C = c$ ist, würde eine dielectrische Polarisation nicht stattfinden.

Die Gleichungen für das dielectrische Moment erhalten wir, wenn wir dessen Componenten UVW definiren durch:

$$(8) \quad \begin{cases} \Delta u = -4\pi U, & u = \int \frac{U}{r} d\tau_1 + u_0, & \Delta u_0 = 0, \\ \Delta v = -4\pi V, & v = \int \frac{V}{r} d\tau_1 + v_0, & \Delta v_0 = 0, \\ \Delta w = -4\pi W, & w = \int \frac{W}{r} d\tau_1 + w_0, & \Delta w_0 = 0. \end{cases}$$

Denn dann wird mit Benutzung von (2), (5) und (6):

$$(9) \quad \begin{cases} U = \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{e}{r} ds = \frac{C^2 - c^2}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{e_0}{r} ds, \\ V = \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial y} \int \frac{e}{r} ds = \frac{C^2 - c^2}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial y} \int \frac{e_0}{r} ds, \\ W = \frac{C^2 - c^2}{4\pi c^2} \frac{\partial}{\partial z} \int \frac{e}{r} ds = \frac{C^2 - c^2}{4\pi C^2} \frac{\partial}{\partial z} \int \frac{e_0}{r} ds. \end{cases}$$

Der hier auftretende Factor $(C^2 - c^2)/4\pi C^2$ ist nach (7) gleich $-K$.

Die Grössen e und e_0 lassen sich noch durch die dielectrischen Momente ausdrücken, welche an den Leiteroberflächen vorhanden sind:

$$(10) \quad \begin{cases} e = -\frac{1}{4\pi} \frac{\partial \sigma}{\partial n} = -\frac{c^2}{C^2 - c^2} (U \cos(xn) + V \cos(yn) + W \cos(zn)), \\ e_0 = -\frac{C^2}{C^2 - c^2} (U \cos(xn) + V \cos(yn) + W \cos(zn)). \end{cases}$$

So lange der electriche Gleichgewichtszustand nicht eingetreten ist, gelten für den Aether der Dielectrica die elastischen Differentialgleichungen, welche, wenn man durch

- die Gleichungen (8) das dielectricische Moment einführt, die Maxwell'sche Form annehmen:

$$(11) \quad \begin{cases} 4\pi U = \frac{C^2 - c^2}{c^2} \frac{\partial \sigma}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = -4\pi K \frac{\partial \sigma_0}{\partial x} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ 4\pi V = \frac{C^2 - c^2}{c^2} \frac{\partial \sigma}{\partial y} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = -4\pi K \frac{\partial \sigma_0}{\partial y} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \\ 4\pi W = \frac{C^2 - c^2}{c^2} \frac{\partial \sigma}{\partial z} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} = -4\pi K \frac{\partial \sigma_0}{\partial z} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} \end{cases}$$

Die hier entwickelte Theorie der Dielectrica schliesst sich den von Faraday herrührenden und von Maxwell mathematisch durchgeführten Vorstellungen an. Sie bietet eine sehr durchsichtige Auffassung der Uebertragung electricischer Energie. Ein electricisch geladener Körper ist ein solcher, der das umgebende Medium in einen Zustand der Spannung versetzt. Ist der Körper nicht gleichzeitig durchströmt, so geht überhaupt nichts in ihm vor, der electrostatische Vorgang findet (wie besonders Maxwell scharf hervorhebt) im wesentlichen nur im Dielectricum statt. Nennen wir einen Körper positiv electricisch, der das umgebende Medium verdünnt, negativ einen, der es verdichtet. Die Verdünnung (bez. Verdichtung) σ ist der Entfernung r vom Leiter umgekehrt proportional und direct proportional dem „Gefälle“ an der Leiteroberfläche, d. h. dem Differentialquotienten $= -1/4\pi \cdot \partial \sigma / \partial n$. Dieses Gefälle stellt die electricische Dichtigkeit, die Verdünnung das electricische Potential dar. Ein positiv electricischer Körper hat ein positives Gefälle, da er den umgebenden Aether verdünnt, und diese Verdünnung nach dem Unendlichen hin zu 0 abnimmt. In der Umgebung eines solchen positiven Körpers herrscht also überall positives Gefälle in der Richtung vom Körper fort, negatives in der entgegengesetzten. Ein zweiter Leiter wird daher an der dem ersten zugewandten Seite negatives, an der abgewandten positives Gefälle besitzen und demgemäss electricisch influirt sein.

Die electricische Anziehung und Abstossung erfordert die Annahme, dass an der Leiteroberfläche eine beschleunigende Kraft auf die Molecüle des Leiters wie auf materielle Punkte übertragen wird, deren Componenten sind:

$$(12) \left\{ \begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \sigma}{\partial n} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial x} &= -e_1 \frac{\partial}{\partial x} \int \frac{e_2}{r} ds, & \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \sigma}{\partial n} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial y} &= -e_1 \frac{\partial}{\partial y} \int \frac{e_2}{r} ds, \\ \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \sigma}{\partial n} \cdot \frac{\partial \sigma}{\partial z} &= -e_1 \frac{\partial}{\partial z} \int \frac{e_2}{r} ds. \end{aligned} \right.$$

Schliesslich sei bemerkt, dass nach Formel (7) (abweichend von dem Maxwell'schen Ergebniss) die Dielectricitätsconstante $1 + 4\pi K$ nur dann dem Quadrate des Brechungsindex proportional ist, wenn in allen Medien die Fortpflanzungsgeschwindigkeit für Longitudinalwellen die gleiche ist. Ob dies der Fall, kann daher durch Vergleichung der Dielectricitätsconstante und des Brechungsindex experimentell entschieden werden.

Die dargelegte Auffassung der Naturerscheinungen erklärt die sogenannten Fernwirkungen durch eine Fortpflanzung der Energie in demselben Medium, in welchem sich die Energie fortpflanzt, die wir als Licht und strahlende Wärme kennen. Durch gewisse transversale Schwingungen um die natürliche Gleichgewichtslage pflanzt der Aether die letztgenannten Formen der Energie fort, während die Fernwirkungen bedingt werden durch bleibende Verrückungen der Aethertheile in eine neue, die betreffende Fernwirkung charakterisirende Gleichgewichtslage. Der Uebergang aus einer Gleichgewichtslage in die andere wird durch Transversal- und Longitudinalschwingungen herbeigeführt.

In ihrem hier dargelegten Stadium ist unsere Auffassungsweise noch eine mangelhafte, sie ist nach zwei Richtungen hin weiterer Entwicklung bedürftig. Die ponderomotorischen Wirkungen müssen auch nach obiger Darlegung noch durch so viel Receptionshypothesen erklärt werden, als es verschiedene Arten solcher Fernwirkungen gibt. Auch muss hypothetisch angenommen werden, dass sich die Moleküle wie materielle Punkte nach den Axiomen der Mechanik bewegen. Ein tieferes Eindringen in die Mechanik des Aethers dürfte eine Verminderung der Anzahl dieser Hypothesen herbeiführen. Ferner erübrigt es, die molecularen Vorgänge der dargelegten Auffassung zu unterwerfen. Eine flüchtige Betrachtung einzelner derselben lässt erwarten, dass

für ihre Erklärung gerade die Mechanik des Aethers sich von besonderem Werthe erweisen wird. Dabei wird sich eine Erweiterung unserer Principien nöthig machen, indem noch radiale Schwingungen der Molecüle, bei denen sich das Volumen periodisch ändert, heranzuziehen sind.

Aber in dem jetzigen Stadium bereits scheinen mir die vorgetragenen Anschauungen ein erhebliches Stück dem Ziele der mathematischen Physik näher zu führen: alle qualitativen Unterschiede der Materie auf Unterschiede des Bewegungszustandes zu reduciren. Denn meine Darlegung zeigt, dass zur Erklärung der Fernwirkungen und der Strahlung nur die Annahme eines einzigen Stoffes (des Aethers) erforderlich ist, d. h. dass für diese Erscheinungen alle Qualitäten, die man einem Stoffe zuschreiben kann, einflusslos sind, ausser der einen, dass er sich bewegt, oder dass im Begriffe Aether nichts anderes gedacht zu werden braucht, als „das Bewegliche“.

XII. Bemerkung zu der Abhandlung: *Ueber ein neues Volumenometer*¹⁾; von A. Paalzow.

Herr Dr. v. Baumhauer schreibt mir, dass er in seinen Archiv. Néerland. III. p. 385. 1868 ein Volumenometer beschrieben habe, welches dem meinigen identisch gleich sei.

Ich habe weder die Beschreibung noch das Instrument selbst gekannt, finde auch in den Fortschritten der Physik keinen Bericht darüber.

Herr Dr. v. Baumhauer, der mir jetzt einen Abdruck seiner Beschreibung zusendet, sagt von dem betreffenden Instrument selbst, dass es dem von Regnault construirten ähnlich sei. Ich kann ihm daher nur die Priorität in Bezug auf die Anwendung des Kautschukschlauches zuerkennen, was ich hiermit gern thue.

Selbst wenn ich das Instrument gekannt hätte, würde ich keinen Anstand genommen haben, auch das meinige, dem Rüdorff'schen ähnliche, zu beschreiben, da ich es bequemer finde, und das schon vor Jahren construirte jetzt auf Wunsch einiger Collegen, die es sich angeschafft haben, zu publiciren.

1) Paalzow, Wied. Ann. 13. p. 332. 1881.

Die
Lichta
ten vo
sich au
Lichtes
Ausser
sorption
Tinte r
aber du
Das du
dass da
Schicht
liert, fa

Vo
die wer
genannt

1) B
2) G
3) B
4) Z
5) O
6) V
des farbig
Absorption
Analyse“,
7) G
Ann. d. I